საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის
III საერთაშორისო კონფერენცია

III INTERNATIONAL CONFERENCE
OF THE GEORGIAN MATHEMATICAL UNION

თეზისების კრებული
BOOK OF ABSTRACTS

ბათუმი, 2 – 9 სექტემბერი

Batumi, September 2 – 9

2012

Organizing Committee:

Baladze Vladimer (Vice Chairman), Beridze Anzor (Vice Chairman), Davitashvili Tinatin (Scientific Secretary), Duduchava Roland (Chairman), Kadeishvili Tornike, Kvaratskhelia Vakhtang, Makharadze Shota, Meladze Hamlet (Vice Chairman), Natroshvili David, Tarieladze Vaja (Chairman of Program Committee)

საორგანიზაციო კომიტეტი:

ბალაძე ვლადიმერ (თავმჯდომარის მოადგილე), ბერიძე ანზორ (თავმჯდომარის მოადგილე), დავითაშვილი თინათინ (სწავლული მდივანი), დუდუჩავა როლანდ (თავმჯდომარე), კვარაცხელია ვახტანგ, მახარაძე შოთა, მელაძე ჰამლეტ (თავმჯდომარის მოადგილე), ნატროშვილი დავით, ტარიელაძე ვაჟა (საპროგრამო კომიტეტის თავმჯდომარე), ქადეიშვილი თორნიკე

Programm Committee:

Baladze V., Chilachava T., Duduchava R., Goginava Z., Gogishvili G., Gvazava J., Jangveladze T., Japaridze G., Jibladze M., Kadeishvili T., Kharazishvili A., Khimshiashvili G., Kvinikadze M., Kvinikhidze A., Mania M., Meladze H., Nadaraia E., Natroshvili D., Omanadze R., Oniani G., Oturanc G., Pkhakadze K., Rabinovich V., Rukhaia Kh., Sokhadze G., Giorgashvili L., Tarieladze V. (Chairman), Vakhania N.

საპროგრამო კომიტეტი:

ბალაძე ვ., ჩილაჩავა თ., დუდუჩავა რ., გოგინავა ზ., გოგიშვილი გ., გვაზავა ჯ., ჯანგველაძე თ., ჯაფარიძე გ., ჯიბლაძე მ., ქადეიშვილი თ., ხარაზიშვილი ა., ხიმშიაშვილი გ., კვინიკაძე მ., კვინიხიძე ა., მანია მ., მელაძე ჰ., ნადარაია ე., ნატროშვილი დ., ომანაძე რ., ონიანი გ., ოთურანგ გ., ფხაკაძე კ., რაბინოვიჩი ვ., რუხაია ხ., სოხაძე გ., გიორგაშვილი ლ., ტარიელაძე ვ. (თავმჯდომარე), ვახანია ნ.

Contents

Mathematical Education and History 177

მათემატიკური განათლება და ისტორია 177

Continuum Mechanics 187

უწყვეტ გარემოთა მექანიკა 187

Stefan Banach in Tbilisi
(On the occasion of his 120-th Birthday Anniversary)

Vaja Tarieladze

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: vajatarieladze@yahoo.com

Abstract. We present an information about Stefan Banach's visit to Tbilisi in March, 15–20, 1941 contained in Tbilisi's newspapers "COMUNISTI" and "Zarya Vostoka" of March, 1941.

2010 Mathematics Subject Classification: 01A70, 01A72.

1 Introduction

On July, 21, 2012 I sent an abstract to The International Conference Dedicated to 120-th anniversary of Stefan Banach, which will be held in Lvov (Ukraine) in September 17-21, 2012. In the abstract I wrote: "At the beginning of the talk it will be commented an information about being of Stefan Banach in Tbilisi (June, 1941)".

I had heard several stories about Banach's visit to Tbilisi, however I was encouraged to write the above lines thanks to appearance of the book[1]:

"Andro Bitsadze–Scientist and Personality" (in Georgian), Edited by Mery Bitsadze, Editorial "INTELECTI", 2012, 345 p.

This book consists mainly of the reminiscences of Prof. A. Bitsadze[2]; in particular, on p. 173 it is written:

"In 1940 Tbilisi and Lvov State Universities were engaged in a socialist competition. A delegation of professors and students of Lvov University, led by its rector Banach[3] visited Tbilisi State University several weeks before the begging of the war between Germany and Soviet Union. An unforgettably deep impression was left by the meeting with the group of mathematicians such as Banach, Schauder[4] and Zarits'kyi. It would be good for a reader to know that these are those Banach and Schauder, whose names are written in golden letters in the history of mathematics."

[1] I am grateful to Professor Jondo Sharikadze (Tbilisi, Georgia), who told to me that this book was going to appear and lent it to me when it appeared.

[2] Seemingly, Banach has never been a rector of Lvov University.

[3] Seemingly, Banach has never been a rector of Lvov University.

[4] In fact Schauder was not a member of the delegation; see Section 2.

The meeting with Banach and Schauder was unforgettable for the group of (Georgian) mathematicians and has left an indelible impression.

This text I could refer as a documental confirmation of Banach's visit. The words "... several weeks before the begging of the war between Germany and Soviet Union", since the war began in June, 22, 1941, I understood as 2 or 3 weeks, that's why I wrote in the abstract 'June, 1941'.

Before Lvov Conference I was going to look for the newspapers of 1941 with hope to find there something more about Banach's visit.

Meanwhile, on July 28, 2012 from Lech Maligranda[5] I received an e-mail letter, in which, in particular it was written:

"I know that Banach was in Tbilisi and Gori in 1941. My information is that it was in March but you are writing in June. How do you know this? Maybe you even know exact days of stay of Banach in Tbilisi and Gori?"

In my answer to Prof. Maligranda I have explained to him my above given 'argumentation' and wrote also that I knew nothing about Banach's visit to Gori.

Finally, on the second of August, 2012 I went to the National Library of the Georgian Parliament, where with the help of Nana Jokharidze[6] I was able to find several newspapers containing the information about the visit of Lvov's delegation to Tbilisi mentioned by A. Bitsadze. Below the reader will see what was found.

2 Banach's visit according to the newspaper "COMUNISTI"

On the first page of "COMUNISTI"[7] (Sunday, March 16, 1941, no.63 (6068)) appeared an article entitled: "Delegation of Lvov State University in Tbilisi".

Here is a translation of the Georgian article kindly made by Lily Goksadze[8].

"Yesterday the delegation of Lvov State University, lead by S.S. Banach, the famous mathematician, arrived in Tbilisi. The delegation consists of M.O. Zarits'kyi, a professor of the history of mathematics of Lvov's university; A.S. Braginets, the dean of History Department; M.V. Solyak, a student of History Department.

Banach, the head of the delegation, said to a staff member of "COMUNISTI": the aim of our visit to the capital of sunny Georgia is to sign the socialist competition agreement between Tbilisi Stalin State University and Lvov Iv. Franko State University. The wish of having a socialist competition between these two fraternal universities was first expressed during the visit of Georgian workers delegation to Ukraine[9].

[5] Professor of Mathematics Department of Engineering Sciences and Mathematics Lulea University of Technology SE-971 87 Lulea, Sweden.

[6] A leading specialist of the Department of Periodics of the Library.

[7] "COMUNISTI", in English "The Communist" was the official newspaper in Georgian of the Central and Tbilisi committees of Georgian Communist (Bolshevik) Party and the Council of workers' deputies of Georgian SSR

[8] A professor-emeritus of Ivane Javakhishvili Tbilisi State University.

[9] See Section 4.

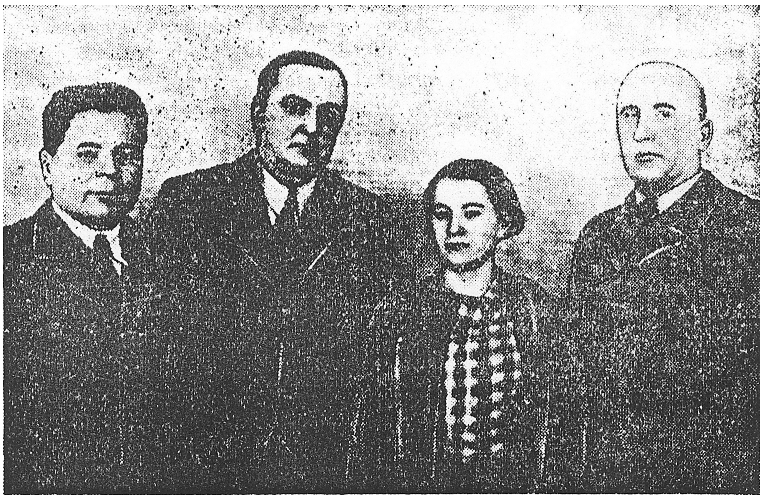


Photo by M. Ginzburg.

Our delegation will stay in Georgia for five days; during which we shall visit noteworthy places connected with the revolutionary activities of great Stalin, the beloved leader of people and with the period of his youth.

We shall familiarize ourselves with the scientific and pedagogical work at Tbilisi University and share their experience to improve the work of Lvov young Soviet University.

There is no doubt that the socialist competition between the two fraternal universities will further promote our common claim."

On the third page of "COMUNISTI" (Wednesday, March 19, 1941, no.65 (6070)) appeared a photo of four persons under which it is written:

Delegation of Lvov University in Tbilisi, from left to right: A. Braginets, S. Banach (head of delegation), M. Solyak and M. Zarits'kyi.

On the second page of "COMUNISTI" (Thursday, March 20, 1941, no.66 (6071)) appeared the following information:

"PROFESSORS OF LVOV UNIVERSITY IN GORI

GORI, March, 19 (SAQDES[10].). The professors of Lvov University comrades Banach, Zarits'kyi, docent Braginets and lady-student Solyak arrived to Gori. They were accompanied by vice-rector of Tbilisi State University Prof. A. Kharadze[11], dean of Faculty of Physics and Mathematics I. Vekua[12] and assistant of dean of Philology Department K. Kopaleishvili.

The guests visited the house where the great Stalin was born and spent his childhood, the room of the former Orthodox Christian Seminary where comrade Stalin studied. The

[10] 'SAQDES' in Georgian means: saqartvelos depeshata saagento; in Engish: the teletype agency of Georgia

[11] A. Kharadze (1895–1976), a Georgian mathematician.

[12] I. Vekua(1907–1977), a famous Georgian mathematician.

guests also got insights of the activities of Gori State Pedagogic Institute and had a conversation with comrade Loladze, a secretary of district committee of party in Gori."

3 Banach's visit according to the newspaper "Zarya Vostoka"

In "Zarya Vostoka"[13] (Friday, March 21, 1941, no.67 (5293)) appeared an article in Russian entitled: "Lvov-Tbilisi. Competition of Universities."

The article begins with photos of professor S.S. Banach, professor M.O. Zarits'kyi, docent A.S. Braginets and a lady-student M.V. Solyak.

We give a translation of this article.

"On 17 of March in the club of Tbilisi Stalin State University took place a meeting between the delegation of Lvov Iv. Franko State University with the collective of Tbilisi University.

The meeting was opened by the rector of the university D. Kipshidze, who underlined the great importance of socialist competition of high schools for further improvement of the whole scientific-pedagogical work.

The populous gathering warmly met the representatives of Lvov University.

A.S. Braginets, the dean of History Department of Lvov University, in his report spoke about stalin friendship of nations, about the importance of socialist competition.Then he read the socialist competition agreement brought by the delegation. The agreement was signed by: prof. G. Vichenko, the rector of Lvov Iv. Franko State University; academician I. Studiskij, vice-rector; professor Z. Khraplivij, vice-rector; A. Kulikov, secretary of party bureau; c. Artiukh[14], secretary of bureau of VLKSM; A. Skaba, chair of mestkom(local committee) and T. Stanik, chair of profkom(=local trade-union committee).

On behalf of the collective of Tbilisi University and Academy of Sciences of Georgian SSR the guests greeted N. Muskhelishvili[15], the president of the Academy of Sciences of Georgian SSR. He said that the names of scientists from Lvov were familiar to the scientific workers of Georgia before the establishment of Soviet power in Lvov, but only now it was

[13] "Zarya Vostoka", in English "The Day-break of East" was the official newspaper in Russian of the Central and Tbilisi Committees of Georgian Communist (Bolshevik) Party and the Council of Workers' Deputies of Georgian SSR.

[15] N. Muskhelishvili(1891–1976), the most famous Georgian mathematician.

opened a possibility of wide scientific collaboration and of exchange of experience. In particular, the mathematical school led by professor Banach has its followers in Tbilisi.

The next speaker academician K. Kekelidze[16] spoke about the past of Georgian and Ukrainian nations, about fruitful ground created by the Soviet power for the scientific work.

On behalf of Tbilisi University the guests were also greeted by the aspirant P. Gudushauri.

V. Imedadze, a chair of the Republic Committee of workers of high schools and scientific institutions spoke about fraternal friendship between the best sons of Ukrainian, Georgian and Polish people, which existed since old times.

The speech of a distinguished Stalin's grant-aided lady-student of fourth course of Chemistry Department T. Tsetskhladze raised attention, who spoke about the study of students.

Prof. M. Zarits'kyi shared his impressions concerning the work of Tbilisi University.

The populous auditory with exceptional attention listened to the speech of a distinguished lady-student of History Department of Lvov University M. Solyak, who spoke about the life of young people in old Lvov, about her five years ordeal in prisons of Poland.

At the end of the meeting there was organized a big concert."

In "Zarya Vostoka" (Saturday, March 22, 1941, no.68 (5294)) appeared an article in Russian entitled: "OUR IMPRESSIONS. A letter to "Zarya Vostoka", signed by Prof. S.S. Banach, Prof. M.O. Zarits'kyi, docent A.S. Braginets and lady-student M.V. Solyak.

I'll not give a translation of the text of this letter.

In "Zarya Vostoka" (Sunday, March 23, 1941, no.69 (5295)) appeared an article in Russian entitled: "MY LIFE, signed by Maria Solyak, a lady-student of Lvov State University.

I'll not give a translation of the text of this article either.

4 Georgian workers delegation to Ukraine (October, 1940) and Stefan Banach

A Georgian workers delegation led by People's Commissar of Education of Georgian SSR G. Kiknadze[17] visited Ukraine in November, 1940. It consisted of factory-workers, landworkers, miners, actors, scientists, etc. Among 50 members of delegation were also the mathematician N. Muskhelishvili and the rector of Tbilisi Stalin State University D. Kipshidze[18]. It arrived to Kiev in November, 5, 1940 and stayed there till November, 23 (included). According to "COMUNISTI" (November, 14, 1940, no. 264 (5965)), on November, 13, 1940 in Kiev the delegation received an invitation letter from professors,

[16] K. Kekelidze(1879–1962), a philologist and specialist in Georgian medieval literature.

[17] G. Kiknadze (G.=Giorgi, 1902–1963) was a People's Commissar of Education of Georgian SSR in 1938–1944.

[18] D. Kipshidze(D.=David, 1902–1957) was a rector of Tbilisi Stalin State University in1938–1942.

teachers and students of Lvov State University. The letter was ended as follows: “Good bye, we will meet each-other soon in an old Ukrainian city Lvov.” The letter was signed by:
the rector, comrade Vichenko,
academician Studinskii,
professor, doctor of mathematical sciences **Banach**
doctor of philological sciences Chernikh,
professor, doctor of historical sciences Kripkevich,
professor, doctor of physic-mathematical sciences Khrapliv, a student Stanek and others.

According to “COMUNISTI” (November, 21, 1940, no. 270 (5971)), the delegation visited Lvov on November 19, 1940.

After coming back of the delegation to Georgia, several its members wrote their impressions about the visit. In two of them the name of Banach is mentioned.

In “Zarya Vostoka” (4.XII.1940, no. 281(5203)) appeared an article (in Russian) by academician N. Muskhelishvili: “The prosperity of socialist science”. Muskhelishvili wrote:

”The trip to Ukraine gave me a possibility to meet personally my colleagues, many of them were known for me long before from the literature and the scientific correspondence...

It was particularly interesting to get acquainted with mathematicians of the liberated regions of Western Ukraine. We met the representatives of Lvov mathematical school which is well-known throughout of the world, and with its leader professor Stefan Banach.”

In “COMUNISTI” (4.XII.1940, no.281(5982)) appeared an article (in Georgian) by G. Kiknadze: “A demonstration of Stalin friendship of people.” Kiknadze wrote: ”In Lvov a group of delegates and I visited Lvov University. The professors and students of the University got together for this occasion. They greeted us. We told them about work of our higher educational institutions, about the strong scientific school of Tbilisi Comrade Stalin State University, that the learning and teaching process at the university was in Georgian, that the Georgian culture, national in form and international in content, was flourishing. This was a big surprise, especially among Polish professors... The famous scientist professor Banach cheered up. He said that that day he was convinced of how important Stalin friendship of people was.”

Acknowledgements. I am grateful to my colleagues and friends G. Giorgobiani and Z. Sanikidze from Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics for their interest and help during preparation of this article.

The work was partially supported by Shota Rustaveli National Science Foundation grant GNSF/ST09 99 3-104.

პროფესორი ალექსი გორგიძე

(დაბადებიდან 105 წლისთავისადმი)

ალექსი გორგიძე -- გამოჩენილი ქართველი მეცნიერი-მათემატიკოსი და მექანიკოსი, მეცნიერების დამსახურებული მოღვაწე (1962წ.), საქართველოს სახელმწიფო პრემიის ლაურეატი (1997წ.), პროფესორი.

ალექსი გორგიძე დაიბადა 1907 წლის 17 მაისს ქ. ქუთაისში. ჯერ კიდევ ქუთაისში რეალურ სასწავლებელში სწავლისას იჩენდა მათემატიკის სიყვარულს და ნიჭს.

1924 წელს იგი შედის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პედაგოგიური ფაკულტეტის ფიზიკა-მათემატიკის განყოფილებაზე, სადაც ამ დროს მოღვაწეობდნენ საქართველოში უმაღლესი მათემატიკური განათლების ფუძემდებლები ანდრია რაზმაძე, ნიკო მუსხელიშვილი, გიორგი ნიკოლაძე და არჩილ ხარაძე.

1929 წელს ა. გორგიძე, ნიკო მუსხელიშვილის მიწვევით, მუშაობას იწყებს საქართველოს სახელმწიფო პოლიტექნიკურ ინსტიტუტში თეორიული მექანიკის კათედრაზე.

1932 წელს ა. გორგიძე იგზავნება ლენინგრადის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასპირანტურაში, სადაც მისი სამეცნიერო ხელმძღვანელები იყვნენ გამოჩენილი მეცნიერები ვ. სმირნოვი და ს. მიხლინი.

1935 წელს ა. გორგიძე ბრუნდება თბილისში და მუშაობას იწყებს თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში და საქართველოს პოლიტექნიკურ ინსტიტუტში. აქტიურად მონაწილეობს თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტის დაარსებაში.

1938 წელს ნ. მუსხელიშვილის წინადადებით ა. გორგიძემ ეს გამოჩენილი მეცნიერი შეცვალა პოლიტექნიკური ინსტიტუტის თეორიული მექანიკის კათედრის გამგის თანამდებობაზე, რომელსაც უცვლელად ხელმძღვანელობდა 52 წლის მანძილზე. ამავე დროს მუშაობას განაგრძობს მათემატიკის ინსტიტუტში ჯერ უფროს მეცნიერ თანამშრომლად, შემდეგ სწავლულ მდივნად, დირექტორის მოადგილედ. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის შექმნის შემდეგ რიგი წლების განმავლობაში ა. გორგიძე მუშაობდა პრეზიდენტის თანაშემწედ.

გასული საუკუნის 60-იან წლებში ა. გორგიძის ინიციატივით თბილისში დაარსდა საქალაქო სემინარი თეორიულ და გამოყენებით მექანიკაში, რომელსაც ხელმძღვანელობდა გარდაცვალებამდე. ამ სემინარის მუშაობაში მონაწილეობდნენ სხვადასხვა ქვეყნის პროფესორ-მასწავლებლები. ამასთან ერთად გარდაცვალებამდე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში პროფესორ-პედაგოგთა კვალიფიკაციის ამაღლების ფაკულტეტზე კითხულობდა სპეცკურსებს.

ა. გორგიძე მრავალი სამეცნიერო ნაშრომის ავტორია. მისი სამეცნიერო მოღვაწეობის ძირითადი ინტერესების სფეროა დრეკადობის მათემატიკური თეორიის სხვადასხვა

საკითხები: დრეკადობის თეორიის ძირითადი სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნები; ერთგვაროვანი და შედგენილი, იზოტროპული და ანიზოტროპული ძელების გაჭიმვის, გრეხის, ღუნვის და მათი ურთერთგავლენასთან დაკავშირებული წრფივი და არაწრფივი ამოცანები, რომელთაც აქვთ არა მარტო თეორიული მნიშვნელობა, არამედ დიდი პრაქტიკული გამოყენებაც სამშენებლო მექანიკასა, მანქანათმშენებლობასა და კონსტრუქციათა მდგრადობის გაზრდის საქმეში.

ა. გორგიძემ უმაღლესი ტექნიკური სასწავლებლებისათვის ერთ ერთმა პირველმა მოამზადა და ქართულ ენაზე გამოსცა თეორიული მექანიკის სრული კურსი, რომელიც სამაგიდო წიგნად იქცა არამარტო საქართველოს ტექნიკური ინტელიგენციისათვის და სტუდენტებისათვის, არამედ ყველასათვის ვინც კი არის დაინტერესებული მექანიკის საკითხებით. ამ სახელმძღვანელობისათვის მის ავტორს მიენიჭა საქართველოს სახელმწიფო პრემია. ჯერ კიდევ გასული საუკუნის 30-ან წლებში ა. გორგიძემ, ნ. ლომჯარიასთან, ვ. ჭელიძესთან და ა. ჩახტაურთან ერთად პოლიტექნიკური ინსტიტუტის სტუდენტებისთვის პირველად გამოიცა ამოცანათა კრებული “მეთოდური მითითებანი თეორიულ მექანიკაში”.

XX საუკუნის 60-იან წლებში საქართველოს ტელევიზიამ დაიწყო სასწავლო ტელელექციების გადაცემა. გადაცემების ერთ ერთი ორგანიზატორი იყო ა. გორგიძე და წლების მანძილზე კითხულობდა ლექციებს თეორიულ მექანიკაში ამ სასწავლო ტელეგადაცემაში.

პროფესორი ა. გორგიძე იყო სსრ კავშირის უმაღლესი და საშუალო სპეციალური განათლების სამინისტროს თეორიული მექანიკის სამეცნიერო-მეთოდური საბჭოს პრეზიდიუმის, საქართველოს მათემატიკოსთა საზოგადოების გამგეობის წევრი. ამიერკავკასიის თეორიული მექანიკის სამეცნიერო-მეთოდური საბჭოს თავმჯდომარე.

1993 წელს დაწესდა საქართველოს საინჟინრო აკადემიის ალექსი გორგიძის სახელობის პრემია, ხოლო ტექნიკურ უნივერსიტეტში კი ალექსი გორგიძის სახელობის სტიპენდია. ქუთაისის ერთ-ერთ ქუჩას მიენიჭა ა. გორგიძის სახელი.

Professor Alexi Gorgidze
(To the 105-th Birthday Anniversary)

Alexi Gorgidze was a prominent Georgian scientist-mathematician and specialist in mechanics, Honored Scientist (1962). State Prize Laureate (1997), Professor.

Alexi Gorgidze was born in Kutaisi on May 17, 1907. Even at Kutaisi Technical High School, he displayed a keen interest and talent in mathematics.

In 1924 A. Gorgidze entered the Department of Physics and Mathematics of the Education Faculty of Tbilisi State University. At that time there worked the founders of higher mathematical education in Georgia Andrea Razmadze, Niko Muskhelishvili, Giorgi Nikoladze and Archil Kharadze.

In 1929 A. Gorgidze began working at the Department of Theoretical Mechanics of the Georgian Polytechnic Institute on Niko Muskhelishvili's invitation.

In 1932 A. Gorgidze was offered a post-graduate studentship at Leningrad State University, where his supervisors of studies were outstanding scientists V. Smirnov and S. Mikhlin.

In 1935 A. Gorgidze finished his post-graduate studies and returned to Tbilisi. He began working at Tbilisi State University and the Georgian Polytechnic Institute. He participated energetically in the foundation of Tbilisi Institute of Mathematics.

In 1938 N. Muskelishvili proposed that A. Gorgidze was appointed the Head of the Department of Theoretical Mechanics of the Georgian Polytechnic Institute, which he himself had been directing for 52 years. At the same time, A. Gorgidze continued working at the Institute of Mathematics: first as a junior scientific worker and then as a scientific secretary and a deputy director. After the establishment of the Georgian Academy of Sciences.

A. Gorgidze worked as an assistant president of the Academy over a period of years.

In the 60-ies of the last century, on A. Gorgidze's initiative Tbilisi Workshop on Theoretical and Applied Mechanics was established. A. Gorgidze directed this workshop till his death. Scientists from different countries took part in the Workshop.

A. Gorgidze was an author of many scientific works. The sphere of his scientific interest included various issues of the mathematical elasticity theory: approximated solutions to basic boundary problems of the elasticity theory; linear and nonlinear problems associated with tension, torsion and bending of continuous and complex, isotropic and anisotropic beams, which are not only of scientific significance, but also of practical importance for application to construction mechanics and for increasing the construction sustainability, etc.

A. Gorgidze was among the first to prepare and publish in Georgian a complete course of theoretical mechanics for the institutions of technical higher education, which became a handbook not only for Georgian intellectuals and students, but also for everybody who was interested in the issues of mechanics. He was awarded the State Prize of Georgia for this handbook.

In the 60-ies of the XX century the Georgian television began broadcasting the educational lectures. A. Gorgidze was among organizers and delivered lectures in theoretical mechanics for years. Professor A. Gorgidze was a member of the Scientific-Methodological Coordination Council on studying the problems of mathematics and mechanics at the Georgian Academy of Sciences, a member of the presidium of the Scientific-Methodological Council of Theoretical Mechanics of the Higher and Special High Education Ministry of the USSR, a member of the Board of the Georgian Mathematical Society and the Chairman of Transcaucasia Scientific-Methodological Council of Theoretical Mechanics.

In 1993 Alexi Gorgidze Prize was established by the Georgian Engineering Academy; at the Georgian Technical University, A. Gorgidze grant was founded. One of the streets in the city of Kutaisi was called after A. Gorgidze.

Professor George Lomadze

(To the 100-th Birthday Anniversary)

Professor George Lomadze was a famous Georgian mathematician and teacher. Nowadays his scientific works in the theory of numbers are considered as classics.

George Lomadze was born on December 27, 1911 in Moscow in the family of a military officer. Since 1921 his family, after numerous relocations, settled in Tbilisi. Hard period for Georgia of that times, connected with its occupation by Soviet Russia, effected his life too. That's why he graduated from the physical-mathematical faculty of Tbilisi State University only in 1937. His supervisor was world-wide famous mathematician Arnold Walfisz. The second world war interrupted his post-graduated course. In 1941-1946 he, as a military officer, served in the army. Only since 1946 he could continue his scientific work at Tbilisi Mathematical Institute (further it was called Razmadze Tbilisi Mathematical Institute of the Georgian Academy of Sciences).

In 1948 G. Lomadze defended his Ph.D. thesis: "On the representation of numbers as sums of squares". Since 1948 to the last days of his life he worked at Javakhishvili Tbilisi State University. In 1963 he successfully defended his doctoral dissertation at

Leningrad (now St. Petersburg) State University. The work was dedicated to the study of number of representations of numbers by the diagonal positive definite binary, ternary and quaternary quadratic forms.

G. Lomadze combined intensive scientific work with fruitful pedagogical activity. His high intellect, creativity and wide knowledge effect his fruitful scientific and teaching work. He was conducting various courses of lectures for students at the university – main courses in algebra and theory of numbers and some special courses. His high demand with respect to his studens, young colleagues and foremost to himself is widely Known.

At the university G. Lomadze founded a scientific seminar on the actual problems of number theory. Productive discussion of problems arising at seminar sessions made the seminar an excellent school for young researchers. They had a good chance to grow up under the direct guidance of the professor. His scientific results and activities stimulated the formation of a group of mathematicians, who are now successfully investigating important and actual problems of the number theory.

G. Lomadze's first-rate scientific results were published in the leading mathematical journals and were reported at numerous mathematical congresses and conferences. G.Lomadze was profoundly respected as a highly skilled and productive mathematician and his results were highly appreciated by outstanding mathematicians of modern times. Part of his methods, results and their applications were successfully generalized by Georgian and foreign mathematicians.

Professor Lomadze's style of life, scientific work and pedagogical activity is an excellent example of faithful service to science and people. He was awarded the title of "Honored Georgian Scientist" and several medals of honour.

G. Lomadze's scientific heritage is important and diverse. His early papers were dedicated to the study of arithmetic function $r_s(n)$ – the number of representations of a natural number n as a sum of s squares of integers. Bulygin, Walfisz, Mordell, Hardy, Littlewood, Suetuna and Estermann, using or creating various methods, based on a pure arithmetic approach, elliptic or modular functions theory, obtained important results in this direction. G. Lomadze developed the researches and by uniform method generalized most of the results. Later on he returned to the problem and sharpened some of formulas for $r_s(n)$. The "elegance" of obtained classic "exact formulas" should be noted. Combining and further developing methods based on Jacobi theta-functions, modular forms, theta-functions with characteristics, Lomadse worked out a uniform general way for obtaining exact formulas for the number of representations of a natural number by any quadratic form of type

$$f = a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + \cdots + a_sx_s^2 \tag{1}$$

He had to study a behavior of corresponding modular forms. In order to illustrate the method G.Lomadze considered various cases of s and was able to obtain some exact formulas for the number of representations of n by the form (1). In the most difficult case $s = 2$ he previously introduced "generalized singular series" and then solved the problem.

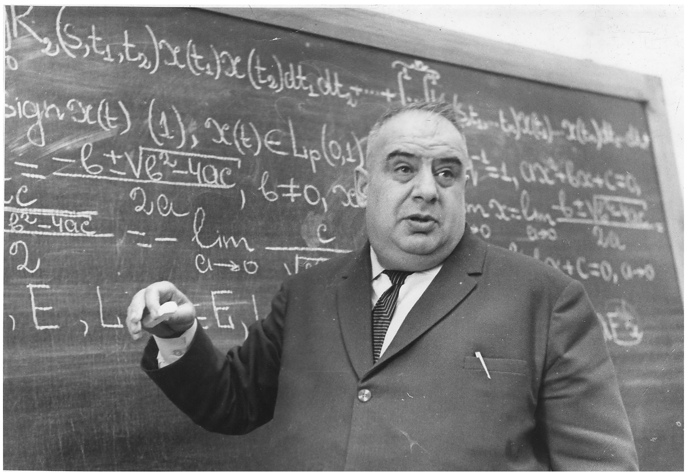
Lomadze's results made it possible to reveal the desired simple arithmetical meaning of the additional terms in most representation formulas. Lomadze solved the same problems by constructing bases of special cusp form spaces in terms of generalized multiple theta-series with spherical functions. Lomadze studied the behavior of n-th order derivatives of ordinary theta-functions with characteristics with respect to the group $\Gamma_0(4N)$, constructed special type cusp forms and used them in the representation problems. He obtained various significant results for nondiagonal quadratic forms too.

It's impossible to discuss Lomadze's all remarkable statements in such a short review. Some of his results were developed in works of his former students and foreign mathematicians, as Lomadze's all results are of high theoretical importance and play valuable role in further development of theory of numbers.

Guram Gogishvili, Teimuraz Vepkhvadze

პროფესორი ელიზბარ წითლანაძე

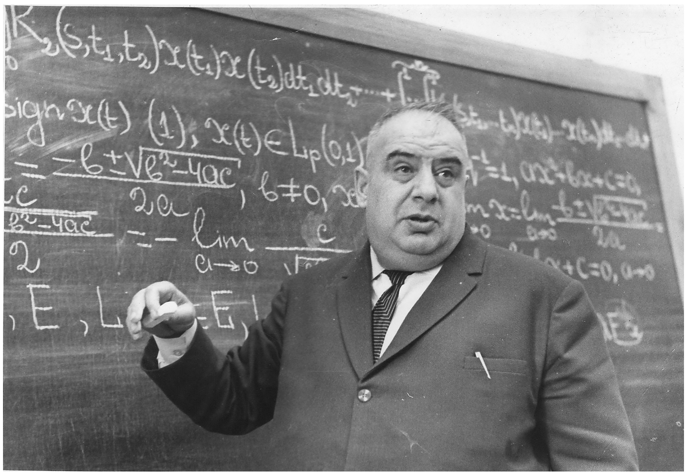
(დაბადებიდან 100 წლისთავისადმი)



ცნობილი ქართველი მათემატიკოსი ელიზბარ წითლანაძე დაიბადა ბორჯომში (საქართველო, რომელიც მაშინ რუსეთის იმპერიის ნაწილი იყო). 1933 წელს დაამთავრა თბილისის (მაშინ სტალინის სახელობის) სახელმწიფო უნივერსიტეტი, 1937 წელს დაიცვა საკანდიდატო დისერტაცია (ხელმძღვანელი - ნ. მუსხელიშვილი), 1951 წელს კი სადოქტორო დისერტაცია. 1955 წლიდან ის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორია.

ელიზბარ წითლანაძის ძირითადი სამეცნიერო შრომები ეძღვნება ფუნქციონალურ ანალიზსა და ვარიაციათა გლობალურ აღრიცხვას. ელიზბარ წითლანაძე არის პირველი ქართული წიგნების ავტორი ფუნქციონალურ ანალიზში: "ფუნქციონალური ანალიზის საფუძვლები" (თბილისი, 1964) და "მათემატიკური ანალიზის საფუძვლები ფუნქციონალურ სივრცეებში" (თბილისი, 1977).

Professor Elizbar Citlanadze
(To the 100th Birthday Anniversary)



A well-known Georgian mathematician Elizbar Citlanadze was born in Borjomi (Georgia, in that time a part of the Russian Empire). He graduated from Tbilisi (in that Stalin's) State University, depended the Candidate Dissertation in 1937 (adviser – N. Muskhelishvili) and the Doctor Dissertation in 1951.

From 1955 Elizbar Citlanadze is a professor of Tbilisi State University.

The main scientific works of professor Elizbar Citlanadze are dedicated to Functional Analysis and Global Variational Calculus.

Professor Elizbar Citlanadze is the author of the first Georgian books in Functional Analysis: "Foundations of Functional Analysis" (Tbilisi, 1964) and "Foundations of Mathematical Analysis in Functional Spaces" (Tbilisi, 1977).

გაიოზ ხატიაშვილი – 90

ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი გაიოზ ხატიაშვილი დაიბადა თბილისში 1922 წ. 1940 წელს გახდა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ფიზიკა-მათემატიკის ფაკულტეტის სტუდენტი. მე-2 კურსიდან იგი გაიწვიეს სამხედრო სამსახურში. გერმანია-საბჭოთა კავშირის ომის დროს ის მოქმედ არმიაშია. 1945 წ. დემობილიზაციით დაბრუნდა თბილისში, მაგრამ ხელახლა იქნა გაწვეული არმიაში, საიდანაც დაბრუნდა 1946 წ. და გააგრძელა სწავლა უნივერსიტეტში, რომელიც დაამთავრა 1950 წელს. უკვე მე-5 კურსის სტუდენტმა დაიწყო მუშაობა ლაბორანტად სასოფლო სამეურნეო ინსტიტუტში. 1951 წ. გაიმარჯვა თბილისის სარკინიგზო-ტრანსპორტის ინსტიტუტის მიერ გამოცხადებულ კონკურსში და დაინიშნა ასისტენტ-თანამშრომლად. 1955 წ. თბილისის ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში დაიცვა საკანდიდატო დისერტაცია სპეციალობით ,,დრეკადობის თეორია'' (ხელმძღვანელი - ამბროსი რუხაძე); ამავე წელს დაინიშნა დოცენტის თანამდებობაზე, 1957 წ. პროფესორ დავით კვესელავას წინადადებით დაიკავა საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის გამოთვლითი ცენტრის სწავლული მდივნის თანამდებობა. 1964 წლიდან ის ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელია. 1969 წ. მან ამავე ინსტიტუტში დაიცვა სადოქტორო დისერტაცია სპეციალობით ,,დრეკადობის თეორია''. 1973 წ. გადმოვიდა სამუშაოდ

საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის გამოთვლითი ცენტრში უფროსი მეცნიერ-თანამშრომლის თანამდებობაზე. 1975-1982 წლებში ის ამავე ცენტრის გამოთვლითი მათემატიკის განყოფილების გამგეა. 2010 წლიდან ინსტიტუტის მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელია.

გ. ხატიაშვილის ინტერესების სფეროა მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის აქტუალური საკითხები. იგი ავტორია მრავალი სამეცნიერო ნაშრომისა და 2 მონოგრაფიისა: ,,ალმაზი-მიტჩელის ამოცანა ერთგვაროვანი და შედგენილი სხეულებისათვის'' (ტომი I, 1983 წ., ტომი II, 1985 წ.) და ,,ერთგვაროვანი და შედგენილი დრეკადი ცილინდრები'' (1991 წ.). ის იყო ოთხი საკანდიდატო დისერტაციის სამეცნიერო ხელმძღვანელი.

ამჟამად მუშაობს ნარევთა თეორიასა და ფაბერის პოლინომების გამოყენებაზე კონფოკალური ელიფსების დრეკადობის შესწავლისათვის.

სამეცნიერო მივლინებით ნამყოფია ჩეხოსლოვაკიაში, რუმინეთში და პოლონეთში.

გ. ხატიაშვილი დაქორწინდა 1955 წელს. მისი მეუღლე - ლიანა ხატიაშვილი-შაველიაშვილისა - სპეციალობით მათემატიკოსია. მათ ჰყავთ ორი ქალიშვილი - ნინო და მარიამ ხატიაშვილები (აგრეთვე, მათემატიკოსები) და ოთხი შვილიშვილი.

ვულოცავთ ბატონ გაიოზს დაბადებიდან 90-ე წლისთავს, ვუსურვებთ ჯამრთელობას და მისი საყვარელი საქმიანობის ჩვეული შემართებით გაგრძელებას.

საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირი,
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის
სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

Gaioz Khatiashvili – 90

The Chief Researcher of Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Doctor of Mathematics Gaioz Khatiashvili was born in Tbilisi (Georgia). He enrolled faculty of Physics and Mathematics of Tbilisi (at that time, Stalin) State University in 1939. From the second year of education, in 1940 he was called up for military service and during the whole war between Germany and Soviet Union (1941–1945) he participated in military operations of Soviet army. He was demobilized in 1946 and graduated from the Tbilisi State University in 1950. In 1950–1957 he worked in Tbilisi Railway Transport Institute.

G. Khatiashvili defended his Candidate dissertation in 1955 (Tbilisi A. Razmadze Mathematical Institute in Elasticity Theory. His superviser was Professor A. Rukhadze).

In 1957 Professor David Kveselava, the director of the Computing Center of the Academy of Science of Georgian SSR, proposed to G. Khatiashvili to take the position of Scientific Secretary of the Center. He agreed and took over this position in 1957–1964 years. In 1964–1973 he was the Senior Researcher at A. Razmadze Mathematical Institute, where he defended his Doctor thesis in Elasticity Theory.

From 1973 he returned to the Computing Center of the Academy of Science of Georgian SSR, first as the Senior Researcher and later, in 1975–1982 years, as the Head of Department Computational Mathematics. From 2010 he is the Chief Researcher of Niko

Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University.

G. Khatiashvili's sphere of scientific interests incudes Mathematical Physics and Mechanics. He is the author of numerous research articles and of two monographs: "Almansi-Mitchell Problems for Homogeneous and Composed Bodies (in Russian; vol. I "Metzniereba", Tbilisi, 1983; vol. II "Metzniereba", Tbilisi, 1985) and "Homogeneous and Composed Elastic Cylinders" (in Russian; "Metzniereba", Tbilisi, 1991). He was the scientific supervisor of four Candidate Dissertations.

At present he is still active and is engaged with problems of Mixture Theory, as well as with the applications of Faber's polynomials to the study of elasticity of confocal ellipses.

G. Khatiashvili was invited for the research work to Czechoslovakia, Romania and Poland.

G. Khatiashvili was married in 1955. His wife – Liana Khatiashvili-Shavliashvili, also is a mathematician. They have two daughters Nino and Mariam, which are mathematicians as well, and four grandchildren.

We congratulate Gaioz Khatiashvili on the occasion of his 90th birthday anniversary, wish him a good health and the continuation of beloved scientific activity.

Georgian Mathematical Union,

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics
of the Georgian Technical University

პროფესორი დავით გორდეზიანი – 75

მოკლე ბიოგრაფიული ცნობები. პროფესორი დავით გორდეზიანი დაიბადა 1937 წელს. 1961 წელს დაამთავრა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მექანიკა–მათემატიკის ფაკულტეტი. 1961-1964 წლებში სწავლობდა ასპირანტურაში. შემდეგ იყო საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის უმცროსი მეცნიერი თანამშრომელი (1964-1968), ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი (1968-1969), პარიზის უნივერსიტეტის რიცხვითი ანალიზის ლაბორატორიის მკვლევარი, ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის რიცხვითი მეთოდების განყოფილების გამგე. პროფესორი დ. გორდეზიანი ხელმძღვანელობდა განყოფილებაში მიმდინარე სამეცნიერო კვლევებს გარსთა თეორიაში, მეტეოროლოგიაში, ეკოლოგიაში, მაგნიტურ ჰიდროდინამიკაში, გაზსადენების ოპტიმიზაციასა და გათვლებში, მონაწილეობდა სპეციალურ სამეცნიერო კვლევებში (1969-1979).

1979-1985 წლებში დ. გორდეზიანი მუშაობდა ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორის მოადგილედ სამეცნიერო–კვლევითი მუშაობის დარგში, ხოლო 1985-2006 წლებში იყო ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი და თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოთვლითი მათემატიკის კათედრის გამგე. იგი ხელმძღვანელობდა ინსტიტუტში მიმდინარე სამეცნიერო–კვლევით სამუშაოებს, რომლებიც ეხებოდა მათემატიკური ფიზიკისა და უწყვეტი ტანის მექანიკის სხვადასხვა ამოცანების გამოკვლევასა და გათვლებს, დრეკადი ნარევების თეორიის ამოცანებს, მათემატიკური ფიზიკის ზოგიერთი განტოლებისათვის დროით არალოკალურ ამოცანებს და სხვ. 2006-2009

წლებში იყო თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სრული პროფესორი. 2009 წლის სექტემბრიდან კი ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ემერიტუს პროფესორია.

პროფესორი დავით გორდეზიანი 1963 წლიდან დღემდე თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში კითხულობდა ლექციებს პროგრამირებასა და გამოთვლით მათემატიკაში, მათემატიკურ მოდელირებაში, ფუნქციონალურ ანალიზსა და გამოთვლით მათემატიკაში, კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდებსა და სხვა საგნებში.

დ. გორდეზიანმა 1966 წელს დაიცვა საკანდიდატო, ხოლო 1981 წელს სადოქტორო დისერტაცია სპეციალობით "გამოთვლითი მათემატიკა" (მოსკოვის სახელმწიფო უნივერსიტეტი). მისი ხელმძღვანელობით მომზადებული და დაცულია 17 საკანდიდატო და 7 სადოქტორო დისერტაცია. პროფესორმა დ.გორდეზიანმა მონაწილეობა მიიღო მრავალი საერთაშორისო თუ ადგილობრივი კონგრესის, სიმპოზიუმის, კონფერენციის, სკოლის ორგანიზებასა და ჩატარებაში გამოთვლითი მათემატიკის, მექანიკის, გარსთა თეორიის, ჰიდროდინამიკის, მაგნიტური ჰიდროდინამიკის, ინფორმატიკის სფეროში (საერთაშორისო კონგრესი მათემატიკაში, IUTAM სიმპოზიუმი და ა.შ.). პროფესორი დ. გორდეზიანი სხვადასხვა დროს მიწვეული იყო მრავალი ქვეყნის სამეცნიერო–კვლევით ცენტრში სალექციო კურსების წასაკითხად და სამეცნიერო კვლევების ჩასატარებლად, კონგრესებში, კონფერენციებში და სიმპოზიუმებში მონაწილეობის მისაღებად. იგი არის 170–ზე მეტი სამეცნიერო პუბლიკაციის, 4 გამოგონების (სსრკ), 2 პატენტის (აშშ, შვედეთი) და 3 მონოგრაფიის ავტორი; არის საინჟინრო აკადემის წევრი; საერთაშორისო აკადემიის წევრი კომპიუტერულ მეცნიერებებსა და სისტემებში; საქართველოს საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა აკადემიის საპატიო პრეზიდენტი და სხვა; მათემატიკური ჟურნალების სარედაქციო კოლეგიის წევრი, მრავალი საერთაშორისო გრანტის ხელმძღვანელი და მკვლევარი, სხვადასხვა სამეცნიერო და სამთავრობო ჯილდოების, პრიზების, მედლების და დიპლომების მფლობელი.

პროფესორ დავით გორდეზიანის სამეცნიერო მოღვაწეობის შესახებ. აქ წარმოდგენილია მსოფლიოში აღიარებული მეცნიერის, გამოყენებითი და გამოთვლითი მათემატიკის უდიდესი სპეციალისტის, აკადემიკოს ა. სამარსკის დახასიათება, რომელიც ეხება პროფესორ დავით გორდეზიანის მეცნიერულ მოღვაწეობას. მიუხედავად იმისა, რომ ამ დახასიათების დაწერიდან გარკვეული პერიოდია გასული, მას არ დაუკარგავს თავისი მნიშვნელობა და, ძირითადად, სრულად აღწერს პროფესორ დავით გორდეზიანის მეცნიერულ მოღვაწეობას და მის მიერ მიღებული შედეგების მნიშვნელობას.

საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირი,
ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

Научная характеристика работ доктора физико-математических наук, профессора Д.Г.Гордезиани

Д.Г. Гордезиани является известным специалистом в области вычислительной и прикладной математики, внесшим своими трудами значительный вклад в науку. Его работы посвящены различным актуальным вопросам современной математики – созданию и обоснованию численных алгоритмов, в том числе и экономичных, для решения линейных и нелинейных задач математической физики; исследованию математических моделей пластин и оболочек И.Н.Векуа; изучению вопросов корректности нового класса неклассических краевых задач (нелокальных краевых задач) определённого вида и их дискретизации; исследованию проблем математического моделирования на ЭВМ различных задач физики, химии, строительной механики, газификации, движения селевых потоков и др.

Ранние работы Д.Г. Гордезиани посвящены конструированию и исследованию конечноразностных схем, в том числе схем повышенной точности для численного решения некоторых нестационарных линейных и нелинейных уравнений параболического типа на различных сетках (прямоугольных, ромбических). В них установлена сходимость построенных разностных схем, исследована их устойчивость и точность. Эти исследования являются развитием результатов академика Ш.Е.Микеладзе, полученных им в случае уравнения теплопроводности.

В этот же период Д.Г.Гордезиани начаты исследования в области экономичных разностных схем (локально-одномерный метод). Его работа 1965 года, посвященная исследованию локально-одномерных схем для параболических уравнений $2m$-го порядка, является фактически первой работой такого типа, где показано, что для уравнений высоких порядков достаточно общего вида решение специальной одномерной системы (аддитивной модели) совпадает в целых точках сетки по времени с решением многомерной задачи. Здесь же дано полное обоснование устойчивости и точности локально-одномерных схем для уравнений 2m-го порядка. Эта работа привлекла внимание многих исследователей, давших ей весьма высокую оценку (А.А. Самарский, Н.Н. Яненко), цитируется в работах ряда специалистов, в частности, и в моей монографии.

Надо отметить, что именно первые работы Д.Г. Гордезиани являются основополагающими в развитии в Грузии исследований такого важнейшего современного направления вычислительной математики, как исследование экономичных алгоритмов для решения задач математичнской физики (локально-одномерный метод, метод дробных шагов, метод декомпозиции, метод расщепления, метод переменных направлении и т.д.), основы которых были заложены в работах американских и советских учёных в конце 50-ых и начале 60-ых годов (Дж. Дуглас, Г. Рекфорд, Д. Писмэн, Н.Н. Яненко, А.А. Самарский, Г.И. Марчук и др.).

В последующих работах этого цикла Д.Г. Гордезиани строились и исследовались локально-одномерные схемы различного типа, схемы расщепления для нестационарных многомерных линейных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами, а также нелинейных уравнений параболического и гиперболического типов.

Необходимо отметить одну особенность рядя работ Д.Г. Гордезиани - исследования алгоритмов в них ведутся на абстрактном уровне современными методами функционального анализа, полученные при этом результаты носят конкретный и прикладной характер.

В дальнейшем Д.Г. Гордезиани к разработке упомянутых вопросов привлекает молодых специалистов, разрабатывающих на высоком научном уровне некоторые современные проблемы численного анализа и математического моделирования.

В 1968-72 годах Д.Г. Гордезиани предложил экономичеые алгоритмы нового типа для решения нестационарных задач математической физики, названные им «усреднёнными» моделями, на основе которых построены и исследованы схемы параллельного счёта. Результаты указанных исследований были частично доложены на конгрессе математиков в Ницце в 1970 году (см. доклад А.А. Самарского «О работах по теории разностных схем»). Часть результатов опубликована во Франции в 1971-72 годах в период работы Д.Г. Гордезиани в Лаборатории численного анализа Парижского университета под руководством акад. Ж.-Л. Лионса. Эти работы неоднократно цитируются (Ж.-Л. Лионс, Р. Темам, В.Л. Макаров и др.). Усреднённые модели или алгоритмы параллельного счёта стали особенно актуальными с появлением многопроцессорных ЭВМ. Они успешно применяются для решения конкретных прикладных задач теории упругости, теории пластин и оболочек, магнитной гидродинамики и т.д. Отметим, что разрешающие формулы усреднённых аддитивных моделей и схем Д.Г. Гордезиани являются новыми, вызывают большой теоретический интерес с точки зрения теории полугрупп, подобно известным формулам Ли-Троттера-Като-Чернова, и их обоснованию в общих функционильных пространствах посвящено исследование американского учёного М. Лапидуса.

Большой цикл работ Д.Г. Гордезиани посвящён исследованию теории пластин и оболочек академика И.Н. Векуа, в частности, построенной на её основе математической модели пластин и оболочек, разработке на основе исследования её структурных и качественных свойств (разрешимость краевых задач, точность усечённых моделей и т.д.) соврeмённых дискретных алгоритмов с целью реализации конкретных прикладных задач на ЭВМ (тонкие оболочки, арочные пластины и другие строительные конструкции). Указанный цикл работ был начат под влиянием и руководством акад. И.Н. Векуа. Результаты этих исследований (1969-80 годы) были доложены на различных международных и всесоюзных форумах и опубликованы в ДАН СССР в двух статьях (1974 г.), а также в других журналах. Ряд докладов по названной тематике был сделан в Парижском институте информатики и автоматики в 1977 году.

Результаты исследований Гордезиани по теории И.Н. Векуа цитируются многими специалистами, в том числе в трудах известных математиков Ф. Сьярле, М. Бернаду и др.

Часть работ Д.Г. Гордезиани посвящена некоторым проблемам неклассических краевых задач, например, нелокальной краевой задаче Бицадзе-Самарского (первая работа Д.Г. Гордезиани опубликована в 1970 голу, вслед за совместной работой А.В. Бицадзе и А.А. Самарского, опубликованной в 1969 г.). Результаты Д.Г. Гордезиани по нелокальным краевым задачам стимулировали новые исследования специалистов в этом направлении и цитируются многими авторами как в статьях, так и в монографиях (работы А.В. Бицадзе, В.А. Ильина, В.А. Макарова, Б.П. Панеях и др.). Некоторые результаты автора были доложены на семинаре Ж.-Л. Лионса в Париже (1977 г., Институт информатики и автоматики).

В 1962 году на конгрессе математиков в Варшаве Д.Г. Гордезиани сделал доклад об исследовании и методах численного решения нового вида нелинейного уравнения параболического типа, возникающего при моделировании задач диффузии магнитного поля с учетом теплопроводности. Результаты этих исследований нашли практическое применение и внедрены в институте атомной энергии им. И.В. Курчатова, в Сухумском физико-техническом институте.

Следует отметить, что и другие исследования, проводимые Д.Г. Гордезиани совместно со своими учениками и сотрудниками, нашли применение в технике, народном хозяйстве (расчет распространения селевых потоков, расчёт и оптимизация течения газа в городских сетях, тепловых установок).

Наряду с научной деятельностью Д.Г. Гордезиани участвует в работе по созданию специальных строительных механизмов и имеет изобретения, запатентованныев США и Швеции.

Герой Социалистического Труда,
Лауреат Ленинской и Государственной премии,
академик А.А. Самарский

Professor David Gordeziani – 75

Brief Biography of the Speakers: David Gordeziani in 1961 graduated from Tbilisi State University, Department of Mathematics and Mechanics. In 1961-1964 post-graduate studentship; then he was junior research worker of A. Razmadze Institute of Mathematics, Georgian Academy of Sciences (1964-1968); Senior scientific worker at I. Vekua Institute of Applied Mathematics (1968-1969); Probationer of the Laboratory of Numerical Analysis in the Paris University; head of the department of Numerical Methods of I. Vekua Institute of Applied Mathematic; Supervised the scientific work of the department in shell theory, meteorology, ecology, magnetic hydro-dynamics, computation and optimization of gas pipelines, took part in special scientific works(1969-1979); Deputy Director of I. Vekua Institute of Applied Mathematics (1979-1985) where he supervised the Institute scientific-research works; in 1985-2006 director of I. Vekua Institute of Applied Mathematics; head of Department of Computational mathematics of Tbilisi State University; supervised the Institute scientific-research works concerning investigation and realization of different problems of mathematical physics and mechanics of continuum media, problems of the theory of elastic mixtures, nonlocal-in-time problems for some equations of mathematical physics, mathematical models for computation of thermo-elastic state of some energetic plants; full professor of Tbilisi State University (2006-2009); from September 2009 Emeritus at the Iv. Javakhishvili Tbilisi State University. Since 1963 till now read the lectures in programming and computational mathematics, mathematical modeling, functional analysis and computational mathematics, numerical methods of partial differential equations etc. at the Tbilisi State University. In 1966 defended Ph.D. thesis in specialty "Computational mathematics". In 1981 defended a thesis for a Doctor of Science (habilitation) degree in specialty "Computational mathematics" at the Moscow State University. Supervised preparation and defences of 17 Candidate thesis and 7 thesis for a Doctor of Science degree (habilitation). He participated in organization and holding of many international, republic congresses, symposiums, conferences, schools on mathematics, computational mathematics, mechanics, theory of shells, hydro-dynamics, magnetic hydrodynamics, informatics (International Congresses of Mathematics, Athens Interdisciplinary Olympiad, IUTAM Symposium, etc.). Was invited to carry lecture courses and scientific researches, participation in congresses, conferences and symposiums in scientific centres of many countries. He is the author of more than 170 scientific publications, 4 inventions (USSR), 2 patents (USA, Sweden) and 3 Monographs; the member of the Engineering Academy of Georgia; the member of the International Academy of Computer Sciences and Systems; the honorary president of Georgian Academy of Natural Sciences, etc.; the member of editorial board of mathematical journals, supervisor and team member in various international grants and owner of different scientific and governmental awards, prizes, medals and diplomas.

Georgian Mathematical Union,

Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics
of Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

სერგო ჩობანიანი - 70

ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი სერგო ჩობანიანი დაიბადა თბილისში. 1965 წ. დაამთავრა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ფიზიკის ფაკულტეტი. 1971 წელს თბილისის ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში დაიცვა საკანდიდატო დისერტაცია სპეციალობით ,,მათემატიკური ანალიზი'' (ხელმძღვანელი - პროფესორი, ამჟამად აკადემიკოსი, ნიკო ვახანია); ხოლო 1985 წელს - სადოქტორო დისერტაცია მოსკოვში ვ.ა. სტეკლოვის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში სპეციალობით ,,ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა''.

სერგო ჩობანიანის სამეცნიერო ინტერესების სფერო ალბათობის თეორიისა და ფუნქციონალური ანალიზის მიჯნაზეა. საქართველოში მან დაიწყო ბანახის სივრცეში მნიშვნელობებიანი სტაციონარული შემთხვევითი პროცესების სისტემატური შესწავლა. ეს იყო მისი საკანდიდატო დისერტაციის ძირითადი თემა. შემდეგ ის დაინტერესდა ბანახის სივრცეში გაუსის განაწილებების აღწერის პრობლემით. ამ პრობლემის გადაწყვეტისათვის მან გამოიყენა შემკრები ოპერატორებისა და ვექტორული შემთხვევითი მწკრივების თეორიის აპარატი. ამ მიმართულებით მიღებული შედეგები, მის მიერ პირობითად კრებადი ვექტორული მწკრივების ჯამთა არის სტრუქტურის შესწავლით მიღებულ შედეგებთან ერთად, დაედო საფუძვლად მის სადოქტორო დისერტაციას.

ს. ჩობანიანი არის 70-ზე მეტი სამეცნიერო სტატიის ავტორი და ერთი მონოგრაფიის ,,ალბათური განაწილებანი ბანახის სივრცეებზე'' თანაავტორი (ნ. ვახანიასა და ვ. ტარიელაძესთან ერთად). ეს მონოგრაფია გამოქვეყნდა რუსულად 1985 წელს, ხოლო ინგლისურად 1987 წელს. ს. ჩობანიანი იყო მრავალი საერთაშორისო კონფერენციის მიწვეული

მომხსენებელი და მიწვეული პროფესორი პოლონეთში, ამერიკის შეერთებულ შტატებში და ესპანეთში. მისი სამეცნიერო შედეგები კარგადაა ცნობილი სპეციალისტებისათვის და მის მიერ მიღებული ერთი ელეგანტური დებულება ლიტერატურაში იწოდება როგორც ,,ჩობანიანის ტრანსფერენციის ლემა''.

სერგო ჩობანიანი ამჟამად დაინტერესებულია ფუნქციათა თეორიის ერთ-ერთი ყველაზე ამაღელვებელი გადაუწყვეტელი პრობლემით - კოლმოგოროვის გადანაცვლების პრობლემით.

ვულოცავთ მას დაბადებიდან 70-ე წლისთავს, ვუსურვებთ ჯამრთელობას, შემდგომ წარმატებებს მათემატიკისა და, აგრეთვე, მისთვის საყვარელი ჭადრაკისა და დიდი ჩოგბურთის მიმართულებებით.

საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირი,
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის
სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

Sergei (Sergo) Chobanyan – 70

The Chief Researcher of the Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of Georgian Technical University, Doctor of Mathematics Sergei (Sergo) was born in Tbilisi (Georgia) and graduated from the Faculty of Physics of Tbilisi State University in 1965. S. Chobanyan defended his Candidate dissertation in 1971 (Tbilisi A. Razmadze Mathematical Institute with major "Mathematical Analysis", advisor: Professor (now Academician) Niko Vakhania). He defended his Doctoral dissertation in 1985 at Moscow V.A. Steklov Mathematical Institute with major "Probability Theory and Mathematical Statistics".

S. Chobanyan's research area lies in the joint of Probability Theory and Functional Analysis. He began in Georgia a systematic study of correlation theory of Banach space valued stationary random processes. This was the main topic of his candidate dissertation. Then he was interested in the problem of description of Gaussian distributions on Banach spaces. He was solving this problem by use of the tools of summing operators and the theory of vector valued random series. The results obtained in this direction, along with the study of the problem of sum range of a conditionally convergent vector series constitutes the basis of his doctoral dissertation.

S. Chobanyan is the author of more than 70 research articles and the monograph (jointly with N. Vakhania and V. Tarieladze) "Probability Distributions on Banach spaces" published in Russian in 1985 and in English in 1987. He was an invited speaker on many international mathematical conferences, a visiting professor in Poland, USA and Spain. His results are well-known for specialists, and one of the elegant statements obtained by him is named in literature as "Chobanyan's Transference Lemma".

The subject of Chobanyan's current interest is one of the most exciting unsolved problems of the function theory – the Kolmogorov Rearrangement Problem. Let us congratulate him on the occasion of his 70-th birthday, and wish a good health and further successes in mathematics and in his hobbies: chess and tennis.

Georgian Mathematical Union,

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University

Plenary Talks

პლენარული მოხსენებები

Quantum XX Chain with Interface

Dionys Baeriswyl

Department of Physics, University of Fribourg, CH-1700 Fribourg, Switzerland

The one-dimensional XY model plays a central role in the theory of quantum phase transitions. This talk will present recent results [1] on the isotropic version of the model, the XX chain - or rather ring - exposed to an inhomogeneous transverse field. Depending on the field pattern we can model specific types of interfaces. In the step model the field points down to the left and up to the right. Another type of interface is formed by joining the ends of an odd-numbered chain subject to a staggered field. Various well-known phenomena are found in these models such as proximity effects or Friedel oscillations. Of particular interest are degenerate interface states which may serve as well protected quantum bits.

References

[1] D. Baeriswyl and G. Ferraz, submitted to *Phys. Rev. B.*

Coshape Theory and its Applications

Vladimer Baladze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics

Batumi, Georgia

email: vbaladze@gmail.com

It will be considered a construction of an abstract Coshape Category for an arbitrary category and its co-dense subcategory. In particular, a topological Coshape Theory of topological spaces and continuous maps will be developed. Some applications in the (co)homology Theory will be given.

On the Distribution of the Steinitz Functional

Sergei Chobanyan[1], Shlomo Levental[2]

[1] Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

[2] Michigan State University, Department of Statistics and Probability, East Lansing, USA

email: chobanyan@stt.msu.esu; levental@stt.msu.edu

For a natural number n let Π_n be the group of all permutations of $\{1,\dots,n\}$ and $x_1,\dots,x_n$ be a collection of elements of a normed space X such that $\sum_1^n x_i = 0$. Then there exists an absolute constant $C>0$ such that the following maximum inequality holds for any collection of signs $\theta_1,\dots,\theta_n$ and any $t>0$:

$$\operatorname{card}\{\pi\in\Pi_n : \max_{1\le k\le n} \|\sum_{i=1}^n x_{\pi(i)}\| > t\} \le C\operatorname{card}\{\pi\in\Pi_n : \max_{1\le k\le n} \|\sum_{i=1}^n x_{\pi(i)}\theta_i\| > \frac{t}{C}\}.$$

The inequality is un-improvable (the inverse inequality also holds for some other constant) and generalizes well-known results due to Garsia, Maurey and Pisier, Kashin and Saakian, Chobanyan and Salehi, and Levental.

Mathematical Modelling and Numerical Solution of Some Problems of Water Pollution and Filtration Problems of Liquids

David Gordeziani

I. Javakhishvili Tbilisi State Univesity
Tbilisi, Georgia

email: dgord37@hotmail.com

Having improved in various fields of science and technology and liberalizing the mankind, using environment resources and more deeply interfering in the outer world, upset the existing balance of nature. The earth ecosystem is being destroyed and research of the ways of its rehabilitation is one of the most important tasks of the contemporary world.

Mathematical modelling and application of numerical analysis enables to forecast these or those parameters of water quality via computer simulation and thus becomes possible to control and manage the current processes. This is cost-effective and preserves expenses that would be needed for the arrangement and conduction of experiments, and sometimes it appears to be the only way of studying relevant phenomena. Thus, mathematical modelling of diffusion processes in the environment and investigation of pollution problems is one of the most actual and interesting challenges of applied and computational mathematics. Therefore, all stages of mathematical modelling of that kind of problems are being constantly improved, refined and in some cases even simplified.

In the current work there are shortly described several methods and prospective directions of mathematical and numerical modelling that seem very promising and efficient for further application and investigation of problems of quality control in water bodies and filtration problems of liquids.

Namely there are considered

Part 1. certain linear non-classical problems for which issues of existence and uniqueness of solution are investigated, and finite-difference and decomposition methods are developed for their solution

Part 2. various finite-difference algorithms are constructed and investigated for solution of nonlinear initial-boundary value problems describing filtration processes of liquids.

Regarding the **first part** - big variety of non-linear mathematical models describing pollution processes exist, but in the current work we only focus on linear mathematical models describing pollution transfer or, more generally, pollution diffusion processes in water streams.

The literature concerning the research of problems and questions of mathematical modelling on the basis of classical equations of mathematical physics with classical initial-boundary conditions is rather rich and vas.

In some works on mathematical modelling of admixture diffusion processes in various environments, the authors have encountered a specific type of equations that until recently were not used to describe the above mentioned processes. Such equations are known under the name of “pluri-parabolic” equations. Theoretical issues and algorithms of numerical solution of these types of equations with classical initial-boundary conditions are poorly studied yet. Thus, the investigation of the mentioned problems has very substantial theoretical and practical value.

It is also important to emphasize that in some cases during the process of mathematical modelling of pollution problems we deal with initial-boundary value problems with non-classical boundary conditions. Naturally the question of investigation of mathematical problems comes up that are based on classical equations of mathematical physics with non-classical (e.g. non-local) initial-boundary conditions. This problem has been addressed by many authors. However, it should be noted that very few studies are devoted to the numerical solution of such problems.

Finally, mathematical models with non-classical equations and non-classical boundary conditions are presented. Only a few papers deal with theoretical analysis and numerical solution of such models.

In this part some mathematical models of the mentioned type are considered, are carried out their analysis and for some of them and are suggested and studied respective difference methods.

In the **second part** there are developed: explicit algorithms with variable step in time; implicit schemes and corresponding iteration process; implicit, absolutely stable algorithms, based on classical asymmetric schemes, which allow to make calculation process explicit, but they are less accurate than classical ones; asymmetric averaged schemes are constructed, by means of which calculation can be conducted in explicit way, but time and space grid step have strong limitations; calculation algorithms are realized on computer.

Effective Hamiltonian for the Half-Filled Spin-Asymmetric Hubbard Chain with Strong and Alternating On-Site Repulsion

Inna Grusha, Giorgi Japaridze

E. Andronikashvili Institute of Physics
Ilia State University, Tbilisi, Georgia

We derive an effective spin Hamiltonian for the one-dimensional half-filled spin asymmetric ionic-Hubbard model in the limit of strong on-site repulsion. We have shown that the effective Hamiltonian, which describes spin degrees of freedom of the initial lattice electron system is given by the Hamiltonian of the frustrated and anisotropic XXZ Heisenberg chain with an additional alternating three spin coupling term in the presence of alternating magnetic field.

Homotopy Algebras in Topological Field Theory

Tornike Kadeishvili

A. Razmadze Mathematical Institute of I. Javakhishvili Tbilisi State University
Tbilisi, Georgia email: kade@rmi.ge

In some versions of Topological (quantum) field theory various types of homotopy (A_∞, L_∞, etc.) algebras or categories arise naturally. An important problem here is to recognize when these objects are weak equivalent. We are going to demonstrate the criterion of such equivalence using the author's minimality theorem. The suitable obstruction theory will be presented also.

Continuous Homologies and Cohomologies

Leonard Mdzinarishvili

Georgian Technical University, Department of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: l.mdzinarishvili@gtu.ge

It will be discussed basic construction and properties of continuous homologies and cohomologies.

ქართული ენის ტექნოლოგიზებული ანბანის შემუშავების მიზნები და პრობლემები

კონსტანტინე ფხაკაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ქართული ენის ტექნოლოგიების სასწავლო-სამეცნიერო ცენტრი;
ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ინფორმაციული ტექნოლოგიების დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: gllc.ge@gmail.com

საქართველოს ტექნიკურმა უნივერსიტეტმა და ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტმა 2012 წელს რუსთაველის ეროვნულ სამეცნიერო ფონდში წარადგინა წინა წლებში სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში“ საფუძველზე შემუშავებული ორწლიანი პროექტი „ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკის საფუძვლები და მისი გამოყენება საინფორმაციო ტექნოლოგიებში“. პროექტის მიზანია ქართული ენის მათემატიკური თეორიის ანუ ქართული ენის ლოგიკური გრამატიკის შემუშავება და ამ თეორიაზე დაყრდნობით ხმით მართვადი ანუ მოსაუბრე ქართული ინტელექტუალური კომპიუტერული სისტემის საცდელი ვერსიის აგება, რაც, თვის მხრივ, ქართული ენის ტექნოლოგიზებული ანბანის საცდელი სისტემის აგებას უტოლდება.

ამასთან, ენების ამომწურავი ტექნოლოგიზების მიზნით მათი მკაცრი მათემატიკური გრამატიკების შემუშავების პროცესები 1950-იანი წლებიდან მიმდინარეობს და ამ კვლევების შედეგად, დღეს, უმეტესი ენებისთვის, უკვე არსებობს მათი თითქმის სრული ტექნოლოგიზებული ანბანი. ეს იმას ნიშნავს, რომ ქართული ენის ტექნოლოგიზებული ანბანის ვერ

შემუშავების შემთხვევაში, ტექნოლოგიზებული ენების ამ უკვე კარს მომდგარ ეპოქაში ქართული ვერ შეძლებს კულტურის მაწარმოებული ენის დღევანდელი სტატუსის შენარჩუნებას [1].

მოხსენებისას, ქართული ენის ტექნოლოგიზებული ანბანის შემუშავების უკვე გასაგებად ჩამოყალიბებული მიზნის გათვალისწინებით, წარმოვადგენ სხვა ენებთან შედარებით ქართული ენის ტექნოლოგიზების საგანგაშოდ დაბალი ხარისხის თვალსაჩინოდ დამადასტურებელ მასალას და, ასევე, ხედვას იმ პრობლემებზე, რომელთა გადაწყვეტის გარეშე ეს საგანგაშო ჩამორჩენა ვერაფრით დაიძლევა.

ლიტერატურა

[1] კ.ფხაკაძე, კ.გაბუნია, გ.ჩიჩუა, ა.მასხარაშვილი, ლ.აბზიანიძე, ნ.ვახანია, ნ.ფხაკაძე, ბ.ჩიქვინიძე, ლ.გურასაშვილი, ნ.ლაბაძე, მ.ბერიაშვილი, ქართული ინტელექტუალური კომპიუტერული სისტემის კონსტრუირების მიზნები და ქართული ენის წინაშე მდგარი საფრთხეები, არნ.ჩიქობავას სახელობის ენათმეცნიერების ინსტიტუტის VI რესპუბლიკური კონფერენციის „ბუნებრივ ენათა დამუშავება" მასალები, თბილისი, 2008, გვ.23-24/გვ.33–34.

Diffraction Problems on Periodic Metric Graphs

Vladimir S. Rabinovich

National Polytechnic Institute of Mexico

email: vladimir.rabinovich@gmail.com

The main aim of the talk is the Fredholm properties of a class of bounded linear operators acting on weighted Lebesgue spaces on infinite metric graphs Γ periodic with respect to the action of the group $\mathbb{Z}^n$. We consider operators A on such graphs which locally are usual pseudodifferential operators in the class OPS^0 on every open edge of the graph, and in a neighborhood of the every vertex of Γ the operators A are represented as matrix Mellin pseudodifferential operators.

As applications we consider the integral operators on the graphs generated by the diffraction problems on graphs imbedded in $\mathbb{Z}^2$.

ურანგო კვანტორული თეორია

ხიმური რუხაია, ლალი ტიბუა, გელა ჭანკვეტაძე

ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი
სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ელ. ფოსტის მისამართი: lali.tibua@viam.sci.tsu.ge; khimuri.rukhaia@viam.sci.tsu.ge

ენები, სადაც ფუნქციონალურ თუ პრედიკატულ სიმბოლოებს დაფიქსირებული ადგილიანობა არ აქვთ, ბოლო წლებში ინტენსიური შესწავლის საგანი გახდა მათი გამოყენების საკმაოდ ფართო სფეროს გამო [1]. ურანგო ენებში, ჩვეულებრივ, ორი სახის ცვლადები გვხვდება: საგნობრივი ცვლადები, რომელთა ჩანაცვლება ერთი ტერმით შეიძლება და მიმდევრობის ცვლადები (ქვემოთ მათ ჩვენ ვუწოდებთ ,,საგნობრივ მიმდევრობით ცვლადებს''), რომელთა ნაცვლად შესაძლებელია ტერმთა სასრული მიმდევრობის ჩასმა. ზემოთ აღწერილი ენებისაგან განსხვავებით ჩვენს მიერ შესწავლილი ურანგო კვანტორული თეორიის ენაში გვხვდება ორი ტიპის მიმდევრობის ცვლადები: ა) საგნობრივი მიმდევრობის ცვლადები, რომელთა ნაცვლად შესაძლებელია ტერმთა სასრული მიმდევრობების ჩასმა და ბ) პროპოზიციული მიმდევრობის ცვლადები, რომელთა ნაცვლად შესაძლებელია ფორმულათა სასრული მიმდევრობების ჩასმა. გარდა ამისა, ამ თეორიის ,,ტაუს'', არსებობისა და ზოგადობის კვანტორების ადგილიანობა არ არის დაფიქსირებული – ისინი ურანგო ოპერატორებია. ამ ოპერატორების განსაზღვრა ხდება შალვა ფხაკაძის [2] წარმოებული ოპერატორების შემოტანის რაციონალური წესების ჩარჩოში, რის საფუძველზე ურანგო კვანტორულ თეორიაში დამტკიცებულ იქნა ნ. ბურბაკის [3] ქვანტორულ თეორიაში მიღებული შედეგების ანალოგები.

ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს სამეცნიერო ფონდის გრანტის (D/16/4-120/11) ფარგლებში.

ლიტერატურა

[1] Kutsia T., Theorem Proving with Sequence Variables and Flexible Arity Symbols. In: M. Baaz and A. Voronkov, editors, Logic in Programming, Artificial intelligence and Reasoning. Proceedings of the 9th International Conference LPAR 2002. Volume 2514 of Lecture Notesin Artificial Inteligence. Springer, 2002, 278-291.

[2] Pkhakadze Sh.; Some Problems of the Notation Theory; TSU,1977; 195pp.

[3] ბურბაკი ნ.; სიმრავლეთა თეორია; M 1965; 453გ.

On Boundary Value Problems in Circle Packing

Elias Wegert[1]

TU Bergakademie Freiberg, Germany

In the lecture we pose and study a discrete counterpart of nonlinear boundary value problems for holomorphic functions in the framework of circle packing. Though the classical problem was introduced in Bernhard Riemann's thesis in a geometric setting, it has later mainly been considered in the context of integral equations and operator theory, and it took more than a hundred years until ideas from geometric function theory came into play again. The translation of Riemann–Hilbert problems to circle packing is the consequent continuation of this metamorphosis back to geometry.

We begin with an introduction to classical nonlinear Riemann–Hilbert problems and sketch the fundamental of circle packing. In order to study the interplay of rigidity and flexibility of ensembles of circles we put them in a framework of smooth manifolds. This also provides access to a linear structure for advancing circle packing theory, and in particular for studying various boundary value problems.

Finally we report on test calculations which show that solutions of the circle packing Riemann–Hilbert problem approximate the classical solutions with surprizing accuracy.

The talk is based on joint work with David Bauer (Leipzig), Frank Martin (Freiberg) and Ken Stephenson (Knoxville).

[1]supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft grant WE 1704/8-2

Real and Complex Analysis

ნამდვილი და კომპლექსური ანალიზი

Generalized Analytic Functions

George Akhalaia, Nino Manjavidze

I. Javakhishvili Tbilisi State University
Georgian Technical University, Department of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: giaakha@gmail.com; ninomanjavidze@yahoo.com

In present work some results connected with the theory of generalized analytic functions are introduced. In spite of the fact that the problem of linear conjugation was studied for the generalized analytic functions and vectors and the progress achieved in research of elliptic systems, the connection between Riemann–Hilbert problem and elliptic systems has not been noted until now. In our view this is a very important problem of the theory of generalized analytic functions.

On the Relationship between Conditions of Differentiability and existence of Generalized Gradient

Leri Bantsuri

Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics
Kutaisi, Georgia

email: bantsuri@mail.ru

Below everywhere we will assume that $n \in \mathbb{N}$ and $n \geq 2$.

For $h \in \mathbb{R}^n$ and $i \in \overline{1,n}$, denote by $h(i)$ a point in $\mathbb{R}^n$ such that $h(i)_j = h_j$ for every $j \in \overline{1,n} \backslash \{i\}$ and $h(i)_i = 0$. For $i \in \overline{1,n}$, let L_i be a hyperplane $\{h \in \mathbb{R}^n : h_i = 0\}$.

By Π_i $(i \in \overline{1,n})$ denote the class of all sets $\Delta \subset \mathbb{R}^n$ with the properties: $\Delta \cap L_i = \emptyset$ and the origin 0 is a limit point for Δ.

Let $i \in \overline{1,n}$, $\Delta \in \Pi_i$ and f be a function defined in a neighborhood of a point $x \in \mathbb{R}^n$. If there exists the limit $\lim_{\Delta \ni h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x+h(i))}{h_i}$, then we call its value the partial (i,Δ)-derivative of f at x and denote it by $D_{i,\Delta} f(x)$.

For an n-dimensional interval $I = \prod_{i=1}^n [a_i, b_i]$ denote:$l_i(I) = b_i - a_i$ $(i \in \overline{1,n})$ and $r_i(I) = \max_{j \neq i} l_j(I)/l_i(I)$ $(i \in \overline{1,n})$.

A basis of gradient generating(briefly, basis) will be defined as an n-tuple $\Delta = (\Delta_1, ..., \Delta_n)$, where $\Delta_i \in \Pi_i$ for every $i \in \overline{1,n}$.

If for a basis $\Delta = (\Delta_1, ..., \Delta_n)$ a function f has finite partial (i, Δ_i)-derivative for every $i \in \overline{1,n}$ at x then we will say that f has the Δ-gradient at x.

In the case $\Delta = (\mathbb{R}^n \setminus L_1, ..., \mathbb{R}^n \setminus L_n)$ the Δ-gradient is called the strong gradient and was introduced by O.Dzagnidze [1]. In [1] it was proved that if a function f has the strong gradient at a point x, then f is differentiable at x and the converse assertion is not true. G.G. Oniani [2] constructed a continuous function $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ such that f is differentiable almost everywhere but f does not has the strong gradient almost nowhere. The following generalization of this result is true.

Theorem. *If for a basis $\Delta = (\Delta_1, \dots, \Delta_n)$ there exist a sequence of n-dimensional intervals $(I_k)_{k\in\mathbb{N}}$, $i \in \overline{1,n}$ and $\alpha > 0$ with the properties: $\lim_{k\to\infty} \mathrm{diam} I_k = 0$, 0 is the center of I_k $(k \in \mathbb{N})$, $\lim_{k\to\infty} r_i(I_k) = \infty$ and $|\Delta_i \cap I_k|/|I_k| \geq \alpha$ $(k \in \mathbb{N})$; then there exists a continuous function $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ such that: 1)f is differentiable almost everywhere; 2) $\overline{\lim}_{\Delta_i \ni h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x+h(i))}{h_i} = \infty$ almost everywhere, and consequently, f does not has the Δ-gradient almost nowhere.*

References

[1] O. P. Dzagnidze, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.*, **106** (1993), 7–48.

[2] G. G. Oniani, *Mat. Zametki* **77** (2005), no. 1, 93–98.

Idea of Complex Conjugacy in Differential Geometry. Argument Variation Principle and Nevanlinna Type Results for Conjugate Surfaces

Grigor Barsegian

Institute of mathematics of the National Academy of Sciences of Armenia

email: barseg@instmath.sci.am

In this talk we introduce complex conjugate surfaces which, qualitatively speaking, are those surfaces whose spherical (Gaussian) image is a Riemann surface.

Investigations of similar surfaces seem to be promising due to the following reasons. On the one hand complex conjugate surfaces imply minimal surfaces. On the other hand many “usual surfaces” can be decomposed into some parts which either are complex conjugate or singular. Consequently the idea of complex conjugacy touches large classes of surfaces.

It turns out that some classical results in complex analysis have corresponding counterparts for complex conjugate surfaces: among them counterparts of argument variation principle and of the first and second fundamental theorems of Nevanlinna value distribution theory.

Classification of Hermitian Matrices with Their Polynomial Invariants

Natela Chachava, Ilia Lomidze
University of Georgia, Physics Department
Tbilisi, Georgia
email: chachava.natela@yahoo.com; lomiltsu@gmail.com

A method for classification of n-th order Hermitian matrices in terms of polynomial invariants of the unitary group $U(n)$ is proposed. The method allows to found whether two $n \times n$ Hermitian matrices are unitary similar. The proposed set of invariants contains complete information on the matrices eigenvalues as well as on the multiplicities and separates the classes of equivalence – orbits of matrices. The minimal polynom of $n \times n$ Hermitian matrix is presented in terms of the invariants proposed. Besides, it is found the mapping of the invariants set on the set of inverse power sums of matrices eigenvalues' multiplicities:

$$\left\{ t_k(P) | t_k(P) = \sum_{i=1}^{m} r_i {p_i}^k,\ k = 1, 2, \ldots \right\} \mapsto \left\{ \tilde{t}_k(r) | \tilde{t}_k(r) = \sum_{i=1}^{m} {r_i}^{-k},\ k = 1, 2, \ldots \right\},$$

and the explicit formula for the multiplicity of given eigenvalue is derived. There are considered some examples which are important for quantum computing, e.g. separation of $SU(n)$ matrices orbits under acting $SU(n)$ group, $n = 4, 5, 6$, and $SU(2) \bigotimes SU(2)$, $SU(2) \bigotimes SU(3)$ subgroups.

The Representation of an Indefinite Integral with a Parameter by Double Exponential Series

Omar Dzagnidze[1], Irma Tsivtsivadze[2]

[1] Andrea Razmadze Mathematical Institute of I. Javakhishvili Tbilisi State University Tbilisi, Georgia

[2] Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia

e-mail: odzagni@rmi.ge; irmatsiv@gmail.com

For a 2π-periodic in each variable function $f:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}$ which is integrable on $[0,2\pi]^2$ let

$$f\sim c_{00}+\sum_{|m|\geq 1}c_{m0}e^{imx}+\sum_{|n|\geq 1}c_{0n}e^{iny}+\sum_{|m|\geq 1,|n|\geq 1}c_{mn}e^{imx+iny}$$

be the corresponding double exponential Fourier series.

Theorem 1. 1. *For almost all $x\in[0,2\pi]$ and all $y\in[0,2\pi]$*

$$\int_0^y f(x,\tau)d\tau=c_{00}y+y\lim_{h\to 0}\sum_{|m|\geq 1}c_{m0}e^{imx}e^{im\frac{h}{2}}\frac{\sin m\frac{h}{2}}{m\frac{h}{2}}+2\sum_{|n|\geq 1}\frac{c_{0n}}{n}e^{in\frac{y}{2}}\sin n\frac{y}{2}+$$

$$+2\lim_{h\to 0}\sum_{|m|\geq 1,|n|\geq 1}\frac{c_{mn}}{n}e^{imx}e^{im\frac{h}{2}}e^{in\frac{y}{2}}\sin n\frac{y}{2}\frac{\sin m\frac{h}{2}}{m\frac{h}{2}}\,.$$

2. *For all $x\in[0,2\pi]$ and almost all $y\in[0,2\pi]$*

$$\int_0^x f(t,y)dt=c_{00}x+2\sum_{|m|\geq 1}\frac{c_{m0}}{m}e^{im\frac{x}{2}}\sin m\frac{x}{2}+x\lim_{k\to 0}\sum_{|n|\geq 1}c_{0n}e^{iny}e^{in\frac{k}{2}}\frac{\sin n\frac{k}{2}}{n\frac{k}{2}}$$

$$+2\lim_{k\to 0}\sum_{|m|\geq 1,|n|\geq 1}\frac{c_{mn}}{m}e^{im\frac{x}{2}}e^{iny}e^{in\frac{k}{2}}\sin m\frac{x}{2}\frac{\sin n\frac{k}{2}}{n\frac{k}{2}}\,.$$

Theorem 2. *For almost all $(x,y)\in[0,2\pi]^2$ the following equalities hold:*

1. $$c_{00}hk+\sum_{|m|\geq 1}\frac{c_{m0}}{m}e^{imx}\Big(2iy\sin^2 m\frac{h}{2}+k\sin mh\Big)+\sum_{|n|\geq 1}\frac{c_{0n}}{n}e^{iny}\Big(2ix\sin^2 n\frac{k}{2}+h\sin nk\Big)$$

$$+2\sum_{|m|\geq 1,|n|\geq 1}\frac{c_{mn}}{mn}\Big[e^{imx+iny}\sin^2\frac{mh+nk}{2}-e^{imx}\sin^2 m\frac{h}{2}-e^{iny}\sin^2 n\frac{k}{2}\Big]=$$

$$=o(|h|+|k|),\ (h,k)\to(0,0)\,;$$

2. $y \sum_{|m|\geq 1} \frac{c_{m0}}{m} e^{imx} \sin^2 m\frac{h}{2} - 2 \sum_{|m|\geq 1, |n|\geq 1} \frac{c_{mn}}{mn} e^{imx} e^{in\frac{y}{2}} \sin^2 m\frac{h}{2} \sin n\frac{y}{2} = o(|h|),\ h \to 0\,;$

3. $x \sum_{|n|\geq 1} \frac{c_{0n}}{n} e^{iny} \sin^2 n\frac{k}{2} - 2 \sum_{|m|\geq 1, |n|\geq 1} \frac{c_{mn}}{mn} e^{iny} e^{im\frac{x}{2}} \sin^2 n\frac{k}{2} \sin m\frac{x}{2} = o(|k|),\ k \to 0\,.$

References

[1] O. P. Dzagnidze, On the differentability of functions of two variables and indefinite double integrals. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **106** (1993), 7–48.

[2] O. P. Dzagnidze, Some new results on the continuity and differentiability of functions of several variables. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **134** (2004), 1–138.

[3] O. Dzagnidze, The smoothness of functions of two variables and double trigonometric series. *Real Analysis Exchange* **34(2)** (2008/2009), 451–470.

[4] O. Dzagnidze, Integration of double Fourier trigonometric series. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **155** (2011), 110–112.

ზოგიერთი ტიპის ფუნქციონალური განტოლებები

ომარ გივრაძე

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი, ბათუმი, საქართველო

email: omari@mail.ru

ნაშრომში განხილულია ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა სასრულო სიმრავლეები, რომლებიც ჩაკეტილი არიან ფუნქციათა სუპერპოზიციის მიმართ. ამ ფუნქციათა სიმრავლეებზე განხილულია გარკვეული ტიპის ფუნქციონალური განტოლებები, რომელთა ამოხსნაც სასრულო ჯგუფების თვისებების გამოყენებით დაიყვანება წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე. დამტკიცებულია თეორემა იმის შესახებ, თუ აღნიშნული ტიპის ფუნქციონალურ განტოლებას რა პირობებში აქვს ერთადერთი ამონახსნი. განხილულია ასევე ზოგიერთი შემთხვევა, როცა განტოლებას აქვს ერთზე მეტი ამონახსნიც.

პუასონის გაწარმოებული ინტეგრალის სასაზღვრო მნიშვნელობების შესახებ

ერეკლე ჯაფარიძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ქუთაისი, საქართველო

ცნობილია, რომ პუასონის გაწარმოებულ ინტეგრალს წერტილში გააჩნია რადიალური სასაზღვრო მნიშვნელობა თუ სიმკვრივეს აღნიშნულ წერტილში აქვს სიმეტრიული წარმოებული. ნაშრომში შემოტანილია ძლიერი სიმეტრიული წარმოებულის ცნება და ნაჩვენებია პუასონის გაწარმოებული ინტეგრალის თავისუფალი ზღვრის არსებობა აღნიშნულ წერტილში.

On the Metric Kernel and Shell Problem

Shadiman Kheladze

Institute of New Technologies, Tbilisi, Georgia

email: kheladzeshv@mail.ru

This report gives a survey of the results on finding a metric kernel and a metric shell of sets of integrable functions whose Fourier series converge almost everywhere or in the sense of a metric.

At the Tetrad Representation of the Lorentz Group

Ilia Lomidze, Jimsher Javakhishvili

University of Georgia, Physics Department

Tbilisi, Georgia

email: lomiltsu@gmail.com; j.javakhishvili@UG.edu.ge

Considering the Lorentz transformation as linear operator in pseudoeuclidean ${P^n}_{1,n-1}$ vector space

$$\Lambda_i^j(\vec{\beta}) = \delta_i^j + \begin{pmatrix} \gamma - 1 & \gamma\beta n^\mu \\ -\gamma\beta n_\nu & -(\gamma-1) n_\nu n^\mu \end{pmatrix} = \delta_i^j + \gamma\beta(\tau_i n^j - n_i \tau^j) + (\gamma - 1)(\tau_i \tau^j - n_i n^j), \quad (1)$$

we found its eigenvectors

$$X_j = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_j - n_j),\ Y_j = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_j + n_j),\ m_j,\ m_j n^j = 0, \tag{2}$$

and transform the operator to its canonical form:

$$\Lambda_i^j(\vec{\beta}) = -{m_1}^i m_{1j} - {m_2}^i m_{2j} + (\gamma - \gamma\beta) X^i Y_j + (\gamma + \gamma\beta) Y^i X_j. \tag{3}$$

We use the notations in (1)-(3):

δ_i^j is the Kroneker symbol; $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}, 0 \le \beta < 1$;
$\tau_i, n_i, m_i \in {P^n}_{1,n-1}$, $\tau_i \tau^i = +1$; $n_i n^i = m_{1i} {m_1}^i = m_{2i} {m_2}^i = -1$;
$\tau_i n^i = \tau_i {m_1}^i = \tau_i {m_2}^i = 0$; $m_{1i} {m_2}^i = 0$. $n^j = (n^0,\ n^\mu) \in {P^n}_{1,n-1}$, etc.
The latin indices take their values from set of integers $0, 1, \ldots, n-1$; the greek ones - from set of integers $1, \ldots, n-1$.
The dummy indices are used to denote corresponding sums.

It is established that the canonical basis gives the light front tetrad representation in $P^4_{1,3}$, which is widely known [1]. The corresponding metric tensor gets the nondiagonal form.

We study a result of two consequently performed Lorentz transformations which is known to be the Tomas precession and a boost combination. The correct consideration of these effects is subject of discussions up to now [2]. The method developed is rather clear and mathematically strong, so the results obtained give us possibility clearly derive correct formulas.

References

[1] Б. А. Дубровин, С. П. Новиков, А. Т. Фоменко, Современная геометрия. М., «Наука», 1986, 272-285.

[2] Г. Б. Малыкин, Прецессия Томаса: корректные и некорректные решения. *УФН*, **176** (2006), №8, 865-882; В. И. Ритус, О различии подходов Вигнера и Мёллера к описанию прецессии Томаса. *УФН*, **177** (2007), №1, 105-112.

Liouville Theorems for the Systems of Elliptic Equations

George Makatsaria

Saint Andrew The First Called Georgian University of Patriarchate of Georgia

Tbilisi, Georgia

email: giorgi.makatsaria@gmail.com

By means of Liouville theorem one of the fundamental principles of complex analysis is illustrated. This gives us the possibility to define concretely the image of given complex analytic function on whole complex plane (entire function) with a priori structure (behavior) in the neighborhood of the point at infinity, e.g. power asymptotics.

Further generalization (extension) of indicated important result is the purpose and subject of researches of many authors. These researches are done according to two directions. The main point of the first direction is to investigate more general functional classes (e.g. general elliptic systems) instead of the classical analytic functions (Cauchy–Riemann classical systems). The main point of the second one is to find the analogs of corresponding classical a priori structure and to investigate its influence.

In this talk some well-known results with respect of above mentioned directions of Stone, Carleman and Vekua as well as the results of our recent researches are presented.

ერთეულოვან წრეში ჯამებადი გრადიენტის მქონე ჰარმონიული ფუნქციების სასაზღვრო თვისებები

გიგლა ონიანი, გოგი თეთვაძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი

ქუთაისი, საქართველო

ვთქვათ D არის ერთეულოვანი ღია წრე $\mathbb{C}$ კომპლექსურ სიბრტყეზე, ხოლო $L^p(D)$ $(p>0)$ ლებეგის სივრცეა, $h^p(D)$–ით აღვნიშნოთ D–ში ჰარმონიული ფუნქციების ჰარდი–რისის სივრცე.

სამართლიანია შემდეგი თეორემები:

თეორემა 1. თუ $U : D \to R$ ჰარმონიული ფუნქცია აკმაყოფილებს პირობას $\operatorname{grad} U \in L^1(D)$, მაშინ $U \in h^1(D)$.

თეორემა 2. თუ $U : D \to R$ ჰარმონიული ფუნქცია აკმაყოფილებს პირობას $\operatorname{grad} U \in L^2(D)$, მაშინ მას ერთეულოვან წრეწირზე თითქმის ყველგან გააჩნია სასრული კუთხური ზღვარი $f(\theta) = \lim\limits_{z \hat{\to} e^{i\theta}} U(z)$ და სრულდება შემდეგი პირობები:

1) $f \in L^2[0; 2\pi]$,
2) $\int\limits_D |U(z)|\, d\sigma < +\infty$,
3) არსებობს $M > 0$ მუდმივი, ისეთი, რომ $\left[\int\limits_0^{2\pi} |f(\theta+h) - f(\theta)|^2 d\theta\right]^{\frac{1}{2}} \le M|h|^{\frac{1}{2}}$.

თეორემა 3. თუ $U : D \to R$ ჰარმონიული ფუნქცია აკმაყოფილებს პირობას

$$\int\limits_D (1 - |z|^2)(\operatorname{grad} U)^2 d\sigma < +\infty,$$

მაშინ $U \in h^2(D)$.

თეორემა 4. თუ $U : D \to R$ ჰარმონიული ფუნქცია აკმაყოფილებს პირობას $\operatorname{grad} U \in L^2(D)$, მაშინ ერთეულოვან წრეწირზე თითქმის ყველგან, გარდა შესაძლოა ნული ტევადობის სიმრავლისა, გააჩნია კუთხური ზღვარი.

ეს თეორემები წარმოადგენენ აკადემიკოს ს.მ. ნიკოლსკი მიერ გასული საუკუნის 60–იან წლებში მიღებული ზოგიერთი შედეგის განზოგადებას.

A^p სივრცის ფუნქციების პარამეტრული წარმოდგენისა და ნულოვანი სიმრავლეების შესახებ

გიგლა ონიანი, ირმა წივწივაძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ქუთაისი, საქართველო

ავღნიშნოთ A^p $(p > 0)$ ერთეულოვან $\Delta = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ წრეში ანალიზურ ფუნქციათა ბერგმანის სივრცე, ხოლო H^p-თი კი ჰარდის სივრცე. $Z(f)$-ით აღვნიშნოთ ფუნქციის ნულების სიმრავლე.

თუ $f(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ და $\alpha > 0$, მაშინ ფუნქციებს:

$$D^{-\alpha} f(z) = f_{[\alpha]}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(1+n)}{\Gamma(\alpha+1+n)}\, a_n z^n, \quad D^{\alpha} f(z) = f^{[\alpha]}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+1+n)}{\Gamma(1+n)}\, a_n z^n,$$

შესაბამისად ეწოდებათ f ფუნქციის αრიგის წილადური ინტეგრალი და წარმოებული.
მტკიცდება შემდეგი თეორემები:

თეორემა 1. თუ $f \in A^p$ და $p \geq 1$, მაშინ $\varphi(z) = \int\limits_0^z f(t)dt \in H^q$, $\forall q \in (0,1)$ და სამართლიანია ფორმულა $f(z) = \frac{d}{dz}(BSF)$, სადაც B არის φ-ის შესაბამისი ბლიაშკის ნამრავლი, S სინგულარული ფუნქციაა, ხოლო F გარე ფუნქციაა (S და F აიგება φ ფუნქციის მეშვეობით).

თეორემა 2. თუ $f \in A^p$ $(0 < p < 1)$ და $\alpha = 1 + [2p^{-1}]$, მაშინ $f_{[\alpha]} \in H^2$, და სამართლიანია ფორმულა $f(z) = D^\alpha(BSF)$, სადაც B, S და F შესაბამისად წარმოადგენენ $f_{[\alpha]}$ ფუნქციის ნულების შესაბამის ბლიაშკის ნამრავლს, სინგულარულ ფუნქციას და გარე ფუნქციას.

თეორემა 3. ვთქვათ $f \in A^p$ და $p \geq 1$. თუ $\alpha_n \in Z(b)$ და მისი ჯერადობის მაჩვენებელი მეტია ერთზე, მაშინ $\alpha_n \in Z(f)$ და ისინი აკმაყოფილებენ ბლიაშკის პირობას

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1 - |\alpha_n|) < +\infty.$$

თეორემა 4. ვთქვათ $f \in A^p$, $0 < p < 1$ და $\alpha = 1 + [2p^{-1}]$, თუ $\alpha_n \in Z(b)$ და მისი ჯერადობის მაჩვენებელი მეტია α-ზე, მაშინ $\alpha_n \in Z(f)$ და ასეთი α_n რიცხვები აკმაყოფილებენ ბლიაშკის პირობას.

Divergence of Fourier Series with Respect to Systems of Products of Bases

GIORGI ONIANI

Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics

Kutaisi, Georgia

email: oniani@atsu.edu.ge

It is proved that the feature of function systems being products of quite general type bases is almost everywhere divergence of certain blocks (and consequently, almost everywhere divergence in Prinsgheim sense) of Fourier series in integral classes wider than $L(\ln^+ L)^{n-1}([0,1]^n)$.

A Description of Behaviors of Some Phase Motions in R^∞ in Terms of Ordinary and Standard "Lebesgue Measures"

Gogi R. Pantsulaia[1], Givi P. Giorgadze[2]

[1] I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Discrete Mathematics and Theory of Algorithms, Tbilisi, Georgia

[2] Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia
email: gogipantsulaia@yahoo.com; g_givi@hotmail.com

By using a technique developed in [1], we describe a new and essentially different approach for a solution of the old functional problem (a) posed by R. D. Carmichael in [2] (cf. p. 199). More precisely, under some general restrictions, we express in an explicit form the general solution of the non-homogeneous ordinary differential equation of the infinite order with real constant coefficients. In addition, we construct an invariant measure for the corresponding differential equation. By using the structure of the "Fourier differential operator" in $\mathbb{R}^\infty$, we give a certain approach for a solution of an initial value problem for a special class of linear and non-homogeneous partial differential equations (with constant coefficients) of infinite order in two variables. Also, we describe behaviors of corresponding dynamical systems in $\mathbf{R}^\infty$ in terms of ordinary and standard "Lebesgue measures" [3].

References

[1] G. Pantsulaia and G. Giorgadze, On some applications of infinite-dimensional cellular matrices, *Georg. Inter. J. Sci. Tech., Nova Science Publishers,* **3(1)** (2011), 107–129.

[2] R. D. Carmichael, Linear differential equations of infinite order, *Bull. Amer. Math. Soc.* **42 (4)** (1936), 193–218.

[3] G. R. Pantsulaia, On ordinary and standard products of infinite family of σ-finite measures and some of their applications, *Acta Math. Sin. (Engl. Ser.),* **27(3)** (2011), 477–496.

On Cantor's Functionals

Shakro Tetunashvili

I. Javakhishvili Tbilisi State University, A. Razmadze Mathematical Institute
Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: stetun@rmi.ge

We denote the trigonometric system defined on $[0,1]$ by $T^1 = \{t_i(\tau)\}_{i=0}^{\infty}$, where $t_0(\tau) \equiv 1$, $t_{2i-1}(\tau) = \sqrt{2}\cos 2\pi i\tau$ and $t_{2i}(\tau) = \sqrt{2}\sin 2\pi i\tau$, $i = 1, 2, \dots$.

Let consider a trigonometric series

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i t_i(\tau). \tag{1}$$

Definition 1. *We say that a function $f(\tau)$ belongs to the class $J(T^1)$ if there exists a series* (1) *such that equality $\sum\limits_{i=0}^{\infty} a_i t_i(\tau) = f(\tau)$ holds true for any $\tau \in [0,1]$.*

It is well-known that there exists such trigonometric series, that their sums are not integrable functions in the Lebesgue sense. On the other hand, the uniqueness of coefficients of everywhere convergent trigonometric series follows from Cantor's theorem.

Definition 2. *We say that a sequence of functionals $\{G_i(f(\tau))\}_{i=0}^{\infty}$ is Cantor's functionals sequence if for any function $f \in J(T^1)$ and for every $i = 0, 1, 2, \dots$ the equality*

$$a_i = G_i(f(\tau))$$

holds.

We consider a double trigonometric series

$$\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} t_i(x_1) t_j(x_2). \tag{2}$$

The convergence of the series (2) will be understood as Pringsheim convergence.

Let as consider a finite function $F(x_1, x_2)$, where $(x_1, x_2) \in [0,1]^2$. The symbol $G_i^2(F(x_1, x_2))$ means that G_i acts on a function $F(x_1, x_2)$, where only $x_2 \in [0,1]$ is an independent variable and x_1 is a fixed point of the set $[0,1]$. Also, $F(x_1, x_2) \in J(T^1)$ for any $x_1 \in [0,1]$ and $G_i^1(f(x_1)) = G_i(f(x_1))$. We established that it is possible to calculate coefficients of convergent series (2) by iterated using of Cantor's functionals. Namely, the following holds true

Theorem. *Let*

$$\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} a_{ij} t_i(x_1) \cdot t_j(x_2) = F(x_1, x_2),$$

when $(x_1, x_2) \in [0,1]^2$. *Then for every* $(i,j) \geq (0,0)$ *an equality*

$$a_{ij} = G_i^1\left(G_j^2(F(x_1,x_2))\right)$$

holds.

Boundedness of linear operators from generalized grand Lebesque spaces to generalized grand Morrey spaces

Salaudin Umarkhadzhiev

Chechen State University, Grozny, Russia

email: umsalaudin@gmail.com

Let $1 < p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1$, $\Omega \subseteq R^n$ and w be a weight function on Ω. The norm in generalized grand Lebesque space $L^{p)}(\Omega, w_a)$ is defined as follows

$$\|f\|_{L^{p)}(\Omega,w_a)} := \sup_{0<\varepsilon<p-1} \varepsilon^{\frac{1}{p-\varepsilon}} \|f\|_{L^{p-\varepsilon}(\Omega,wa^{\varepsilon})},$$

where a a non-negative function on Ω.

The classical weighted Morrey space is denoted by $\mathscr{L}^{p,\lambda}(\Omega, w)$ and is endowed by the norm

$$\|f\|_{\mathscr{L}^{p,\lambda}(\Omega,w)} := \sup_{x\in\Omega, r>0} \left(\frac{\varepsilon}{|B(x,r)|^{\lambda}} \int_{\widetilde{B}(x,r)} |f(y)|^{p-\varepsilon} w(y)dy\right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}},$$

where $B(x,r) = \{y \in R^n: \ |y-x| < r\}$ and $\widetilde{B}(x,r) = B(x,r) \cap \Omega$.

The generalized grand Morrey space $\mathscr{L}^{p),\lambda_\alpha}(\Omega, \rho)$ consists of functions f which have the finite norm

$$\|f\|_{\mathscr{L}^{p),\lambda_\alpha}(\Omega,w_a)} := \sup_{0<\varepsilon<p-1} \varepsilon^{\frac{1}{p-\varepsilon}} \|f\|_{\mathscr{L}^{p-\varepsilon,\lambda+\alpha\varepsilon}(\Omega,wa^{\varepsilon})} < \infty,$$

where α is a real number and a is a non-negative function on Ω.

If $a \in \mathscr{L}^{p,\lambda+\alpha p}(\Omega, w)$, $-\dfrac{\lambda}{p} \leq \alpha < \dfrac{1-\lambda}{p}$, then

$$\mathscr{L}^{p,\lambda}(\Omega, w) \subset \mathscr{L}^{p),\lambda_\alpha}(\Omega, w_a) \subset \mathscr{L}^{p-\varepsilon,\lambda+\alpha\varepsilon}(\Omega, wa^{\varepsilon}),\ 0 < \varepsilon < p-1.$$

Theorem. If

$$T : L^p(\Omega, w) \hookrightarrow \mathscr{L}^{p,\lambda}(\Omega, w)$$

is a bounded linear operator and

$$T : L^{p-\varepsilon_0}(\Omega, wa^{\varepsilon_0}) \hookrightarrow \mathscr{L}^{p-\varepsilon_0,\lambda+\alpha\varepsilon_0}(\Omega, wa^{\varepsilon_0})$$

is bounded for some $\varepsilon_0 \in (0, p-1)$ and some $\alpha \in R$, then the mapping

$$T : L^{p)}(\Omega, w_a) \hookrightarrow \mathscr{L}^{p),\lambda_\alpha}(\Omega, w_a)$$

is bounded for all $-\dfrac{\lambda}{p} \leq \alpha < \dfrac{1-\lambda}{p} \quad a \in \mathscr{L}^{p,\lambda+\alpha p}(\Omega, w)$.

Topology, Algebra and Number Theory

ტოპოლოგია, ალგებრა და რიცხვთა თეორია

Morava K-Theory Atlas for Finite Groups

Malkhaz Bakuradze
I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
email: malkhaz.bakuradze@tsu.ge

Let finite group G is already known to be good in the sense of Hopkins-Kuhn-Ravenel, that is, $K(s)^*(BG)$ is evenly generated by transferred Euler classes. Then even if the additive structure is calculated the multiplicative structure is still delicate task. Moreover even if the multiplicative structure is already determined by representation theory, or G has exact Chern approximation in the terminology of Srtrickland, then the presentation of $K(s)^*(BG)$ in terms of formal griup law and splitting principle is not always convenient. In this project we work out in the explicit form the Morava K-theory rings for various p-groups, for instance nonabelian 2-groups of order 64 from the Hall-Senior list. Previously it was known by Schuster and Yagita that the Morava K-theory ring $K(s)^*(BG)$ for the groups under consideration $[1, 2]$ is evenly generated and $[3, 4]$ is generated by transferred Chern classes. We consider various 2-groups and in this way we check if all 2-groups of order 64 are good and if their Morava K-theory rings are already determined by representation theory. For the generating relations we follow certain plan proposed in our earlier work and proved to be sufficient for the modular p-groups and 2 groups $D, SD, QD, Q, G_{38}, \ldots, G_{41}$ $[1, 2, 3, 4]$.

References

[1] M. Bakuradze, Induced representations, transferred Chern classes and Morava rings $K(s)^*(BG)$: Some calculations, *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics* **275** (2011), No. 1, 160–168.

[2] M. Bakuradze and M. Jibladze, Morava K-theory rings of groups $G_{38}, \ldots, G_{41}$ of order 32, *Russian Math. Surveys* **66** (2011), No. 5, 1003–1005.

[3] M. Bakuradze, Morava K-theory rings for the modular groups in Chern classes, *K-Theory*, **38** (2008), No. 2, 87–94.

[4] M. Bakuradze and V. Vershinin, Morava K-theory rings for the dihedral, semidihedral and generalized quaternion groups in Chern Classes, *Proc. Amer. Math. Soc.* **134** (2006), 3707–3714.

On Homology and Shape Theories of Compact Hausdorff Spaces

Vladimer Baladze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics

Batumi, Georgia

email: vbaladze@gmail.com

The functors having main properties of classical homology and cohomology, shape and coshape functors are essential in algebraic topology and Geometric Topology ([3], [4]). Systematically is increasing their number and role in the process of the reach of various problems of modern topology.

Let X be a compact Hausdorff space. Consider the set of all finite partitions of X ([2]). For each partitions $\alpha = \{F_1, F_2, \ldots, F_n\}$ of X consider open swelling $u = \{U_1, U_2, \ldots, U_n\}$ of closed covering $\bar{\alpha} = \left\{\bar{F}_1, \bar{F}_2, \ldots, \bar{F}_n\right\}$. The set Λ of all pairs $\lambda = (\alpha, u)$ defines the Chogoshvili inverse system $\mathrm{CH}\,(X) = \{X_\lambda, p_{\lambda\lambda'}, \Lambda\}$, where X_λ is the geometric realization of the nerve $N\,(u_\lambda)$ of covering $u_\lambda = u$ and $p_{\lambda\lambda'}$ is the geometric realization of simplicial map $\pi_{\lambda\lambda'} : N\,(u_{\lambda'}) \to N\,(u_\lambda)$ induced by the refinement of α' into α.

Let $p_\lambda : X \to X_\lambda,\ \lambda \in \Lambda$ be the canonical map. The morphism $\mathbf{p} = \{[p_\lambda]\} : X \to \mathrm{CH}\,(X)$ is called the Chogoshvili expansion of X. The usual Chogoshvili construction yields the functor Ch :$\mathbf{Comp} \to \mathbf{pro} - \mathbf{CW}$ which induce the functor $\mathrm{Ch}_{\mathrm{maps}}$: $\mathbf{Comp_{maps}} \to \mathbf{pro} - \mathbf{CW_{maps}}$ of mapping categories. Using the Chogoshvili inverse systems instead of resolutions, Čech and Vietoris inverse systems the shape, strong shape and strong extension shape theories and their (co)homology invariants of compact Hausdorff spaces will be investigated. In particular, our main aims are:

1. Development of shape, strong shape and strong extension shape theories;

2. Construction and investigation of extraordinary homology theory of compact Hausdorff spaces, which is extension of Boltyanskii–Postnikov–Puppe homology theory of finite CW-complexes ([1], [6]);

3. Investigation of conjecture: A homology theory $\{H_n, \partial\}$ on the category of compact Hausdorff spaces is strong shape invariant if and only if it satisfies the strong excision axiom:(SE) for each compact Hausdorff pair (X, A) the quotient map $p : (X, A) \to \left({}^{X}\!/_{A}, *\right)$ induces isomorphism (cf. [5]);

4. Definitions of concepts of the shapes and strong shapes of maps;

5. Constructions of long exact sequences of maps for homotopy and (co)homology pro-groups and groups.

References

[1] V. G. Boltyanskii and M. M. Postnikov, On the fundamental concepts of algebraic topology. Axiomatic definition of cohomology groups. *Soviet Math. Dokl.* **1**

(1960), 900–902.

[2] G. C. Chogoshvili, On the homology of topological spaces. *Bull. Georgian Acad. Sci.* **1**(1) (1940), 337–340.

[3] S. Mardešic, *Strong Shape and Homology.* Springer, 2000.

[4] S. Mardešic and J. Segal, *Shape theory-The Inverse System Approach.* North-Holland, Amsterdam, 1982.

[5] P. Mrozik, Generalized Steenrod homology theories are strong shape invariants. *Homology, Homotopy Appl.* **2**(12) (2010), 1–23.

[6] D. Puppe, Homotopiemengen und ihre induzierten Abbildungen I. *Math. Z.* **69** (1958), 299–344.

On Normal Homology and Cohomology Theories

Vladimer Baladze, Ruslan Tsinaridze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics

Batumi, Georgia

email: vbaladze@gmail.com; rtsinaridze@yahoo.com

The normal Čech cohomology and the normal Čech homology theories based on all locally finite normal open coverings of spaces where constructed by K. Morita [4].

In this paper we define the normal Alexander cohomology groups and the normal Vietoris homology groups in terms of direct and inverse limits of the simplicial cohomology and homology groups of the Vietoris complexes of the space indexed by the set of all locally finite normal open coverings, respectively. The main aim of our paper is to discuss, from a naive viewpoint, the Eilenberg-Steenrod axioms [8] for these cohomology and homology theories.The following theorems are the central results (cf. [1-4], [6], [7]).

Theorem 1. *The normal Alexander cohomology theory on the category of topological pairs with nonempty, normally embedded subspaces satisfies the relative homomorphism axiom, the wedge axiom and all the Eilenber–Steenrod axioms.*

Theorem 2. *The normal Vietoris homology theory on the category of topological pairs with nonempty, normally embedded subspaces satisfies the relative homeomorphism axiom, wedge axiom and all the Eilenberg–Steenrod axioms except for the exactness axiom.*

Theorem 3. *The normal Čech cohomology groups and the normal Alexander cohomology groups are isomorphic.*

Theorem 4. *The normal Čech homology group and the normal Vietoris homology groups are isomorphic.*

These cohomology and homology theories are shape invariant ([3], [5]). Besides, will be discussed the uniform finite-valued (co)homology versions of constructed theories.

References

[1] C. H. Dowker, Homology groups of relations. *Ann. Math.* **56** (1952), 278–292.

[2] B. Günther, The Vietoris system in strong shape and strong homology. *Fund. Math.* **141** (1992), 147–168.

[3] S. Mardešic and J. Segal, *Shape theory – The inverse system approach.* North-Holland, Amsterdam, 1982.

[4] K. Morita, Čech cohomology and covering dimension for topological spaces. *Fund. Math.* **87** (1975), 31-52.

[5] T. Porter, Čech homotopy. *J. London Math. Soc. (2)* **6** (1973), 429–436.

[6] S. Eilenberg and N. Steenrod, *Foundations of algebraic topology.* Princeton, 1952.

[7] T. Watanabe. Čech homology, Steenrod homology and strong homology I. *Glas. Mat. Ser. III* **22(42)** (1987), 187–238.

Separable and Compact Soft Topological Space

Sadi Bayramov[1], Ciğdem Gunduz (Aras)[2]

[1] Department of Mathematics, Kafkas University, Kars, 36100-Turkey
[2] Department of Mathematics, Kocaeli University, Kocaeli, 41380-Turkey

email: baysadi@gmail.com; carasgunduz@gmail.com

Molodtsov initiated the concept of soft sets. Shabir and Naz [2] firstly introduced the noton of soft topological which are defined over an initial universe with a fixed set of parameters and showed that a soft topological space gives a parameterized family of topological spaces. Also they obtained some interesting results for soft separation axioms.Theoretical studies of soft topological spaces have also been by some authors. In these studies the concept of soft point is given almost samely. Consequently, some results of classical topology are not valid in soft topological spaces.In the present study, we introduce the concept of point to the theory of soft set. According to this definition, we investigate some basic notions of soft topological spaces. Later we give T_i- soft space and the relationships between them are discussed in detail. The separability in these study is compared by others separability. Finally, we investigate soft compactness, soft local compactness, soft paracompactness and some of its basic properties.

References

[1] D. Molodtsov, Soft set theory- first results, *Comput. Math. Appl.* **37** (1999), 19–31.

[2] M. Shabir and M. Naz, On soft topological spaces, *Comput. Math. Appl.* **61** (2011), 1786–1799.

[3] H. Sabir and A. Bashir, Some properties of soft topological spaces, *Comput. Math. Appl.* **62** (2011), 4058–4067.

Partial Continuity of Strong Homology Group of Continuous Map

Anzor Beridze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics

Batumi, Georgia

email: anzorberidze@yahoo.com

The spectral and the strong homology groups $\check{H}_n(f;G)$ and $\overline{\mathbf{H}}_n(f;G)$ of continuous map $f: X \to Y$ were defined by V. Baladze [2] and A. Beridze [3] respectively. As it is known in the classical case for each compact Hausdorff topological space X the spectral and the strong homology groups are connected by following formula:

$$0 \to \lim{}^1 H_{n+1}(\mathrm{X}_\alpha; G) \to \overline{\mathbf{H}}_n(X;\mathrm{G}) \to \check{H}_n(X;G) \to 0,$$

were X is inverse limit of inverse system of polyhedra $\mathbf{X}= (\mathrm{X}_\alpha, \mathrm{p}_{\alpha\alpha'}, \mathrm{A})$ [4], [5], [6]. In this report we will show that for each continuous map $f: X \to Y$ of compact metric spaces there exists the short exact sequence:

$$0 \to \lim{}^1 H_{n+1}(\mathrm{f}_\alpha; G) \to \overline{\mathbf{H}}_n(f;\mathrm{G}) \to \check{H}_n(f;G) \to 0,$$

were $f = \lim f_\alpha$ [1]. Besides, we will give the example of the map $f: X \to Y$ for which $\lim^1 H_{n+1}(\mathrm{f}_\alpha; G) \neq 0$ and therefore $\overline{\mathbf{H}}_n(f;\mathrm{G}) \neq \check{H}_n(f;G)$.

References

[1] V. Baladze, Approximation theorem for a map between spaces. *Interim Report of the Prague Topological Symposium, Mathematical Institute of Czechoslovak Academy of Sci.*, **1** (1987), 16.

[2] V. Baladze, On the spectral (co)homology exact sequences of maps, *to appear.*

[3] A. Beridze, Strong homology group of continuous map, *to appear.*

[4] S. Mardešič, *Strong Shape and Homology.* Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2000.

[5] L. D. Mdzinarishvili, On homology extensions. *Glas. Mat. Ser. III* **21(41)** (1986), no. 2, 455–482.

[6] N. E. Steenrod, Regular cycles of compact metric spaces. *Ann. of Math. (2)* **41** (1940), 833–851.

Solution Bitsadze–Samarski Problem for the Helmholtz Equations with Mathcad

Vakhtang Beridze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Computer Technology

Batumi, Georgia

email: vakhtangi@yahoo.com

Let the domain $\overline{G}$ be a rectangle, $\overline{G}=[0,1]\times[0,1]$, Γ- be the boundary of the domain G, $0<x_0<1$, $\gamma_0=\{(x_0,y):0\le y\le 1\}$, $\gamma=\{(1,y):0\le y\le 1\}$, $a,b\in L_p(G)$, $p>2$, $0\le q\in L_\infty(G)$. In the domain $\overline{G}$ we consider the following Bitsadze-Samarski boundary value problem [1] for Helmholtz Equation:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-q(x,y)\,u=b(x,y)\,,\quad (x,y)\in G,\\ u(x,y)=0,\quad (x,y)\in\Gamma\backslash\gamma,\\ u(1,y)=\sigma u(x_0,y)\,,\quad 0\le y\le 1,\ \sigma>0.\end{gathered}\tag{2}$$

For solving the problem (1), we consider the following iterative process [2]

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\ u^{k+1}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u^{k+1}}{\partial y^2}-q(x,y)\,u^{k+1}=b(x,y)\,,\qquad (x,y)\in G,\\ u^{k+1}(x,y)=0,\quad (x,y)\in\Gamma\backslash\gamma,\\ u^{k+1}(1,y)=\sigma u^k(x_0,y)\,,\quad 0\le y\le 1,\quad \sigma>0,\ k=0,1,2,\dots\ .\end{gathered}\tag{3}$$

For each $k \in N$, problem (2) is a Dirichlet problem. For the numerical solution of the Dirichlet problem built-in functions was used **relax(a, b, c, d, e, f, u, rjac)** on Mathcad [3]. In particular, for the Helmholtz equation coefficients are $a_{i,j} = b_{i,j} = c_{i,j} = d_{i,j} = 1,\ e_{i,j} = -4 - q_{i,j}$;

The iterative process in Mathcad was recorded by means of a software unit. The results of numerical solutions are presented graphically.

References

[1] A. V. Bitsadze and A. A. Samarski, On some simplest generalizations of elliptic problems. (Russian) *Dokl. AN SSSR* **185** (1969), No. 2, 739–740.

[2] D. G. Gordeziani, *Methods for Solving a Class of Nonlocal Boundary Value Problems.* (Russian) Tbilis. Gos. Univ., Inst. Prikl. Mat., Tbilisi, 1981.

[3] D. V. Kiryanov, *Mathcad* 14. (Russian) St. Petersburg.: BHV-Petersburg, 2007.

Centered Configurations of Open Linkages

Gulnara Bibileishvili

Ilia State University
Tbilisi, Georgia

email: gunabibi@yahoo.com

We present results concerned with three classes of configurations in the planar moduli space $M(L)$ of an open polygonal linkage L. Recall that the planar moduli space of an open linkage with k links is a compact smooth manifold diffeomorphic to a $(k-1)$-dimensional torus T^{k-1}. A configuration V of linkage L is called aligned if all vertices lie on a straight line; cyclic if all of its vertices lie on a circle; tangential if all of its links are tangent to one and the same circle. The class of centered configurations is defined as the union of the three above classes.

The reason for the term "centered" is that with each configuration of the first two types one can naturally associate a *center* (circumcenter $P(V)$ or incenter $Q(V)$, respectively) while for an aligned configuration one can informally imagine that its center is a point "at infinity" (in other words, in this context we consider a straight line as a "circle of infinite radius"). Let $C(L)$ $(T(L))$ denote the subsets of $M(L)$ consisting of all cyclic (tangential) configurations. Sending a centered configuration to its center gives two natural mappings: P from $C(L)$ to the plane and Q from $T(L)$ to the plane.

A big part of our results is concerned with describing the images of these two mappings for various classes of open linkages. In particular, we present a complete solution of this problem when the number of links k does not exceed four.

Moreover, we establish that the set $QC(L)$ of all quasicyclic configurations is one-dimensional and give conditions which guarantee that this this set is a smooth submanifold of the moduli space $M(L)$. We also establish that the set $T(L)$ of tangential configurations is two-dimensional and give conditions which guarantee that its interior is a smooth submanifold of $M(L)$.

Finally, we define two differentiable functions, s (spread) and A (oriented area) on $M(L)$, such that the critical points of s are the aligned configurations, and the critical points of A are certain cyclic configurations satisfying an additional geometric condition. We also give exact lower and upper bounds for the number of critical points on the set of all open linkages with $k \leq 4$ links.

Abelian and Nilpotent Varieties of 2-Step Nilpotent Power Groups

Tengiz Bokelavadze

Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics
Kutaisi, Georgia

email: bokel71@yahoo.com

We study the relationship between free groups of a given variety for various rings of scalars. Varieties of abelian power groups are described. Besides, in the category of power groups we give various analogues of the notion of an n-step nilpotent group and prove their coincidence for $n = 1; 2$. It is shown that the tensor completion of a 2-step nilpotent group is also 2-step nilpotent. When defining the varieties of power groups we follow the standard scheme [3]. It should however be said that the investigated case es- sentially differs from the classical case. Firstly, the notion of a variety is considered depending on a ring of scalars. Secondly, a verbal subgroup is not generated, generally speaking, by the meanings of words defining a variety. However the tensor completion functor relates the variety layers with respect to various rings of scalars.

References

[1] Ph. Hall, *The Edmonton Notes on Nilpotent Groups*. Queen Mary College Mathematics Notes. Mathematics Department, Queen Mary College, London, 1969.

[2] M. Amaglobeli and T. Bokelavadze, Abelian and nilpotent varieties of power groups. *Georgian Math. J.* **18** (2011), no. 3, 425–439.

[3] H. Neumann, *Varieties of Groups.* Springer-Verlag New York, Inc., New York, 1967.

On the Lattice Isomorphisms of 2-Nilpotent W-Power Hall Groups and Lie Algebras

Tengiz Bokelavadze[1], Maia Chabashvili[2]

[1] Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematics
Kutaisi, Georgia

[2] I. Javakhishvili Tbilisi State university, Tbilisi Georgia

email: bokel71@yahoo.com

The paper deals with lattice isomorphisms of 2-nilpotent Hall W-Power groups and Lie algebras. The main definitions and notation are standard and can be found in [1-2] for W-power groups and in [5] for Lie algebras.

Proposition. *A 2-nilpotent W-group X generated by two torsion-free elements x_1, x_2 is a free nilpotent W-group if and only if the W-subgroup $< [x_1, x_2] >$ is torsion-free.*

A free 2-nilpotent W-group generated by two elements is denoted by Ω.In the general case not every lattice isomorphism $f : L(X) \to L(Y)$is induced by an isomorphism or implies an isomorphism. The following theorem is true.

Theorem 1. *Let X and Y be torsion-free 2-nilpotent W-power groups over the rings W_1 and W_2 , respectively. If $X \neq \Omega$, then $W_1 \cong W_2$ and $X \cong Y$.*

Remark. If we discard the condition $X \neq \Omega$, then the theorem is true provided that $W_1 \cong W_2$.

Theorem 2 (fundamental theorem of projective geometry for W-power groups). *Let X and Y be W-power groups defined over the principal ideal domains W_1 and W_2, respectively; $f : L(X) \to L(Y)$ be a lattice isomorphism. If X is a proper 2-nilpotent W-power group, then there exist an isomorphism $\sigma : W_1 \to W_2$ and a σ-semilinear isomorphism $\mu : X \to Y$ such that $\mu(A) = f(A)$ holds for every subgroup $A \subseteq L(X)$.*

References

[1] Ph. Hall, *The Edmonton Notes on Nilpotent Groups.* Queen Mary College Mathematics Notes. Mathematics Department, Queen Mary College, London, 1969.

[2] T. Bokelavadze, On some properties of W-power groups. *Bull. Georgian Acad. Sci.* **172** (2005), no. 2, 202–204.

[3] A. A. Lashkhi and T. Z. Bokelavadze, A subgroup lattice and the geometry of Hall's W -power groups. (Russian) *Dokl. Akad. Nauk* **429** (2009), no. 6, 731–734; translation in *Dokl. Math.* **80** (2009), no. 3, 891–894.

[4] M. Amaglobeli and T. Bokelavadze, Abelian and nilpotent varieties of power groups. *Georgian Math. J.* **18** (2011), no. 3, 425–439.

[5] V. R. Varea, Lie algebras whose maximal subalgebras are modular. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A* **94** (1983), no. 1-2, 9–13.

Torsion Tensors of Pure Π-Connections

Nejmi Cengiz

Faculty of Science, Department of Mathematics,
Ataturk University, 25240, Turkey

email: ncengiz@atauni.edu.tr

Let S be a torsion tensor field of pure $\Pi-$connection ∇. We have following results:

1. *The* $\Pi-$*connection* ∇ *is pure if and only if the torsion tensor of* ∇ *is pure.*
2. *The pure torsion tensor field of the* $\Pi-$*connection* ∇ *is a real model of the hypercomplex torsion tensor of hypercomplex connection* $\overset{*}{\nabla}$.
3. *A torsion-free* $\Pi-$*connection* ∇ *is always pure.*
4. *If* $\overset{*}{\nabla}$ *is a torsion-free* $\Pi-$*connection, then* $\overset{*}{\nabla}$ *with components* $\overset{*}{\Gamma}{}^{u}_{wv} = \overset{\sigma u}{\tau}_{wv} e_\sigma$ *is a torsion-free connection.*

Some Regular elements, Idempotents and Right Units of Complete Semigroups of Binary Relations Defined by Semilattices of the Class Right Side Incomplete Nets

Yasha Diasamidze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathemathics
Batumi, Georgia

email: diasamidze_ya@mail.ru

Let X be an arbitrary nonempty set, D be an $X-$semilattice of unions, i.e. such a nonempty set of subsets of the set X that is closed with respect to the set$-$theoretic operations of unification of elements from D, f be an arbitrary mapping of the set Xin the semilattice D. To each such a mapping f we put into correspondence a binary relation α_f on the set Xthat satisfies the condition $\alpha_f = \bigcup_{x\in X}(\{x\}\times f(x))$. The set of all such $\alpha_f(f : X \to D)$ is denoted by $B_X(D)$. It is easy to prove that $B_X(D)$ is a semigroup with respect to the operation of multiplication of binary relations, which is called a complete semigroup of binary relations defined by an $X-$semilattice of unions D.

Definition 1. Let $N_m = \{0, 1, 2, \ldots, m\}$ $(m \geq 1)$ be some subset of the set of all natural numbers; s, k, q, p are some natural numbers and $1 \leq q \leq s-1,\ \ 1 \leq p \leq k-1$. A subsemilattice

$$Q = \{T_{ij} \subseteq X | i \in N_s,\ \ j \in N_k\} \setminus \{T_{i'j'} | q+1 \leq i' \leq s-1;\ p+1 \leq j' \leq k-1\}$$

of the complete $X-$semilattice of unions D is called right side incomplete net which contains two subsets $Q_1 = \{T_{00}, T_{10}, \ldots, T_{s0}\}$, $Q_2 = \{T_{00}, T_{01}, \ldots, T_{0k}\}$ and satisfies the following conditions:

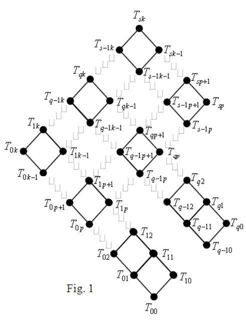


Fig. 1

a) $T_{00} \subset T_{10} \subset \cdots \subset T_{q0}$ and $T_{00} \subset T_{01} \subset \cdots \subset T_{0k}$;
b) $Q_1 \cap Q_2 = \{T_{00}\}$;
c) $T_{rt} \neq T_{ij}$ if $(r, t) \neq (i, j)$;
d) the elements of the sets Q_1 and Q_2 are pairwise noncomparable;
e) $T_{ij} \cup T_{i'j'} = T_{rt}$, if $r = \max\{i, i'\}$ and $t = \max\{j, j'\}$;

Note that the diagram of the semilattice D is shown in Fig. 1.

In this paper, we investigate such a regular elements $\alpha$and idempotents of the complete semigroup of binary relations $B_X(D)$ defined by semilattices of the class right side incomplete nets, for which $V(D, \alpha) = Q$. Also we described right units of the semigroup

$B_X(Q)$. For the case where X is a finite set we derive formulas be means of which we can calculate the numbers of regular elements, idempotents and right units of the respective semigroup.

References

[1] Ya. I. Diasamidze, Complete semigroups of binary relations. *J. Math. Sci., Plenum Publ. Corp., New York,* **117** (2003), No. 4, 4271–4319.

[2] Ya. Diasamidze and Sh. Makharadze, Complete Semigroups of Binary Relations. Sputnik +, Moscow, 2010, 1–657 (in Russian).

[3] Ya. Diasamidze and Sh. Makharadze, Complete Semigroups of Binary Relations Defined by $X-$Semilattices of Unions. *J. Math. Sci., Plenum Publ. Corp., New York,* **166** (2010), No. 5, 615–633.

Cyclic Configurations of Pentagon Linkages

Eka Elerdashvili, Mamuka Jibladze, Giorgi Khimshiashvili

Georgian Technical University, Department of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: eka.elerdashvili@yahoo.com

We investigate cyclic configurations of planar polygon and relate them to the topology of moduli space of the corresponding polygonal linkage. The main attention is given to quadrilateral and pentagon linkages. For a nondegenerate quadrilateral linkage, we prove that cyclic configurations are critical points of the signed area function on moduli space and their number is determined by the topology of moduli space. Moreover, cyclic configurations are critical points for the function defined as the product of lengths of two diagonals. For nondegenerate pentagon linkages, it is established that cyclic configurations are again critical points of the signed area function but the number of critical points is not determined by the topology of moduli space.

Properties of the Certain Centro-Symmetric Matrices Similar To The Unit Matrix

Liana Karalashvili, Ketevan Kutkhashvili, David Kalandarishvili

University of Georgia

Tbilisi, Georgia

liana.qaralashvili@yahoo.com

Among diversity of difference schemes it is worth to emphasize the method without saturation based on the approximating formula of Sh. Mikeladze, which was applied to solve the boundary value problem for quasi-linear partial differential equations of elliptic type. As a model boundary value problem for the Poisson equation in the rectangle in combination with the method of lines was considered. This approach gave a system of ordinary differential equations along m-1 lines parallel to the x-axis with matrices and

$$AU'' + h^{-2}MU = F,$$

where M is a centro-symmetric three-diagonal matrix of the second order difference and a centro-symmetric matrix A which behaves as a unit matrix. There are given theorems which prove that nonsingular centro-symmetric matrix has m-multiple unit eigenvalue. For this purpose there are constructed transformation matrices, which reduce matrix $A_{m+1} = \left[a_{ij}^{(m+1)}\right]_1^{m+1}$ to the lower triangular matrix $L_{m+1} = \left[l_{ij}^{(m)}\right]_1^{m+1}$ with the following elements

$$l_{il}^{(m+1)} = \begin{cases} a_{i-j+1,1}^{(i-j+1)}, & i \geq j, \\ 0, i < j, & \forall i, j = \overline{1, m+1} \end{cases},$$

$$\text{and} \qquad a_{ij}^{(m)} = \int\limits_{i-1}^{i} \int\limits_{z}^{z+1} l_j^{(m)}(t)dtdz,$$

where $l_j^{(m)}(t)$ are Lagrange fundamental polynomials.

References

[1] L. Qaralashvili, M. Khmiadashvili, *Special centro-symmetric matrices in numerical solutions of elliptic equations*, Abstracts, II International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, 2011.

On Some Properties of Quasi-Diophantine Sets in Euclidean Spaces

Tamar Kasrashvili

Georgian Technical University,
I. Vekua Institute of Applied Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: tamarkasrashvili@yahoo.com

Let D be a point-set (finite or infinite) in the n-dimensional Euclidean space $\mathbf{R}^n$. We say that this D is a quasi-Diophantine set if the distance between any two points from D is a rational number.

Investigation of the combinatorial structure of various quasi-Diophantine sets in Euclidean spaces is a rather attractive and important topic. Properties of various quasi-Diophantine point systems are considered in many works (see, for example, [1]–[3]).

Let X be a finite point-set in the Euclidean plane $\mathbf{R}^2$.

We shall say that a line segment l is an edge of X if there exist two points from X which are the end-points of l. This terminology is compatible with graph theory.

Take any four points x, y, z and t from X such that the intersection of the line segments $[x,y]$ and $[z,t]$ is a singleton. The family of all singletons obtained in this manner will be denoted by $I(X)$. Note that if X contains at least three points, then $X \subset I(X)$. We shall say that a line segment l is admissible for X if its end-points belong to $I(X)$ and there exists an edge of X containing l.

Theorem 1. *Let X be a finite quasi-Diophantine set in the space $\mathbf{R}^n$. Then the length of each admissible line segment for X is a rational number.*

In particular, if the points of a quasi-Diophantine set $\{a,b,c,d\}$ are the vertices of quadrangular in $\mathbf{R}^n$ and $[a,b]\bigcap[c,d] = \{x\}$, then the set $\{a,b,c,d,x\}$ is a quasi-Diophantine set, too.

Theorem 2. *In the Euclidean plane $\mathbf{R}^2$ there exists a pentagon X which is a quasi-Diophantine set but for which $I(X)$ is not quasi-Diophantine.*

References

[1] W. Sierpinski, Sur les ensembles de points aux distances rationnelles situés sur un cercle, *Elem. Math.* **14** (1959), 25–27.

[2] A. Muller, Auf einem Kreis Liegende punktmengen ganzzahliger Entfernungen, *Elem. Math.* **8** (1953), 37–38.

[3] A. Kirtadze and T. Kasrashvili, On some properties of certain discrete points sets in the Euclidean spaces, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **159** (2012).

On One Hypothesis of Moskalenko

Tariel Kemoklidze

Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematics
Kutaisi, Georgia

Email: kemoklidze@gmail.com

In theory of abelian groups and modules it is important to establish the condition, when founded endomorphism (automorphism) which maps one of the elements of group to other one. One of this condition is fully transitivity (transitivity). A. I. Moskalenko took the hypothesis into consideration according which cotorsion hull of separable p-group A will be fully transitive only two cases: when A direct sum of ciclyc p-groups or torsion complete group. In the talk given some thesis are in faviur of this hypothesis.

პირველი გვარის ციკლურად შეუღლებული სისტემის შესახებ ელიფსური სივრცის სტრუქტურის მქონე ოთხგანზომილებიან არასაკუთრივ ჰიპერსიბრტყეში

რაჟდენ ხაბურძანია

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ქუთაისი, საქართველო

განიხილება V_4 ზედაპირი გაფართოებულ ევკლიდურ $\overline{E}_5 = E_5 \cup E_4^*$ სივრცეში, სადაც E_4^* არის ელიფსური ოთხგანზომილებიანი სტრუქტურის მქონე არასაკუთრივი ჰიპერსიბრტყე.

V_4 ზედაპირს მივუერთოდ მოძრავი რეპერი $R = \{A, A_i, A_5\}$ $(i = 1, 2, 3, 4)$, $A \in V_4$, $A_i \in T_4(A)$ ($T_4(A)$ მხები 4-სიბრტყეა V_4 ზედაპირისადმი A წერტილში), $A_5 \in N_1(A)$ ($N_1(A)$ ნორმალია V_4-სადმი იმავე A წერტილში), $\{A_i, A_5\} \subset E_4^*$.

ვთქვათ V_4 ზედაპირზე მოცემულია სიმრუდის წირთა $(\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4)$ ბადე, ხოლო R რეპერი აგებულია ამ ბადის წირებისადმი მხებებზე. როცა A წერტილი აღწერს V_4 ზედაპირს, მაშინ, ზოგად შემთხვევაში, A_i, A_5 წერტილები E_4^* სივრცეში აღწერენ ოთხგანზომილებიან $(A_i), (A_5)$ ზედაპირებს, რომლებზეც ბუნებრივად აღმოცენდებიან $(\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4)$ ბრტყელი ბადეები.

ცნობილია, რომ ბრტყელ ბადეს ეწოდება პირველი გვარის ციკლურად შეუღლებული სისტემა, თუ შეიძლება ბადის წირების ისეთი გადანომრვა, რომ ამ წირებისადმი მხებებზე არსებული ფსევდოფოკუსები გახდებიან ჩვეულებრივი ფოკუსები.

დამტკიცებულია თეორემა, რომ A_5 წერტილით აღწერილი ბრტყელი ბადე $(\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4)$ წარმოადგენს პირველი გვარის ციკლურად შეუღლებულ სისტემას მაშინ და მხოლოდ მაშინ,

როცა V_4 ზედაპირი არის ოთხგანზომილებიანი შეუღლებული სისტემა სიმრუდის წირთა $(\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4)$ ბადის მიმართ.

აღსანიშნავია, რომ ამ შემთხვევაში (A_5) ზედაპირიც ხდება ოთგანზომილებიანი შეუღლებული სისტემა $(\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^4)$ ბრტყელი ბადის მიმართ.

Morse Functions on Shapes of Linkages

Giorgi Khimshiashvili

Ilia State University
Tbilisi, Georgia

email: giorgi.khimshiashvili@iliauni.edu.ge

We discuss several Morse functions on the so-called planar shape space of a polygonal linkage. Recall that a k-bar linkage $L(a)$ is defined by a k-tuple of positive numbers a called its gauge. We will consider both open and closed linkages defined by a given gauge. A planar realization (configuration) V of an open k-bar linkage is an ordered $(k+1)$-tuple of points $v_i, i = 1, \dots, k+1$ in the Euclidean plane such that, for each $i = 1, \dots, k$, the distance between v_i and v_{i+1} is equal to a_i. A planar realization of a closed k-bar linkage is defined similarly but additionally requires that $v_{k+1} = v_1$. The shape space $S(L)$ of (open or closed) k-bar linkage L is defined as the factor of the set of planar realizations of L by the diagonal action of the group G of orientation preserving isometries of the plane.

Any G-invariant function on the set of realizations gives a function on the shape space. For any (open or closed) k-bar linkage the function A on $S(L)$ is defined as the oriented area of the polygon determined by vertices v_i. For an open linkage, we define the function s (spread) on $S(L)$ as the distance between the first and the last vertices. For a closed linkage, we define the function E (electrostatic potential) on an open dense subset $X(L)$ consisting of realizations V with pairwise distinct vertices, as the sum of inverses of the lengths of all diagonals of V.

For a generic gauge a, the shape space is a compact differentiable manifold so one can speak of differentiable functions on it and each of these three functions is differentiable. Hence one can consider their critical points which will be in the focus of our discussion.

The following results obtained in our recent papers will be presented. We will describe the critical points of A and s in the shape space, show that they are generically non-degenerate in the sense of Morse theory, and give explicit formulas for Morse indices. For these two functions, we will also give exact lower and upper bounds for the number of critical points on the shape spaces of k-bar linkages.

The electrostatic potential E is also a Morse function on $S(L(a))$ for a generic gauge a. For $k \le 5$, we will give lower and upper bounds for the number of its critical points and discuss their connection with the so-called Maxwell conjecture on point charges.

Continuous Hu Cohomology

Leonard Mdzinarishvili

Georgian Technical University, Department of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: l.mdzinarishvili@gtu.ge

In [1],[2], S.-T. Hu defined the continuous cohomology $H_c^*(X,G)$ of an arbitrary space X, where G is $\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$ is the real numbers field) or finite-dimensional vector group with Euclidean topology. He proved that if X is a compact Hausdorff space, there is an isomorphism $H_c^*(X,G) \approx \overline{H}^*(X,G)$, where $\overline{H}^*$ is the Alexander-Spanier cohomology ([1, Theorem 5.1], [2, Theorem 6.6]). In [3], the partially continuous Alexander-Spanier cohomology $\overline{h}^*(X,G)$ with coefficients is defined in an arbitrary topological abelian group G and it is shown that if X is a compact Hausdorff or a metric space and G is an absolute retract (AR), then there is an isomorphism $H_c^*(X,G) \approx \overline{h}^*(X,G)$ ([3, Corollary 8.4]). In [4], it is proved that if X is a paracompact space and $G = \mathbb{R}$, then there is an isomorphism $\overline{h}^*(X,\mathbb{R}) \approx \overline{H}^*(X,\mathbb{R})$. Therefore if X is a compact Hausdorff or a metric space then there is an isomorphism $H_c^*(X,\mathbb{R}) \approx \overline{H}^*(X,\mathbb{R})$. Our aim is to define the continuous Hu cohomology with coefficients in an arbitrary topological abelian group and to find the connection between this cohomology and the Alexander-Spanier cohomology for different groups of coefficients.

References

[1] Sze-Tsen Hu, Cohomology rings of compact connected groups and their homogeneous spaces, *Ann. of Math.* **55** (1952), No. 2, 391–419.

[2] Sze-Tsen Hu, Cohomology theory in topological groups, *Michigan Math. J.* **1** (1952), 11–59.

[3] L. Mdzinarishvili, Partially continuous Alexander-Spanier cohomology theory, *Preprint-Reihe, Topologie und Nichtcommutative Geometrie, Universität Heidelberg, Mathematisches Institut.* Heft No 130, 1996.

[4] L. Mdzinarishvili and L. Chechelashvili, On connections of partially continuous singular cohomologies and Alexander-Spanier cohomologies, *J. Math. Sci., New York*, **152** (2008), No. 3, 404–435.

Hypercombined Numbers

Givi Mikiashvili

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: gmikiashvili@yahoo.com

It is known that the set of complex numbers admits an extension to the set of quaternions, in which the multiplication is not commutative.

We consider a way how the set of complex numbers can be extended for the multiplication to be commutative.

Let i, α, β be the imaginary units and define the multiplication rule as follows:

$$i \cdot i = -1,\ \alpha \cdot \alpha = 1,\ \beta \cdot \beta = -1,\ i \cdot \alpha = \alpha \cdot i = \beta,\ i \cdot \beta = \beta \cdot i = -\alpha,\ \alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha = i\,.$$

An expression of the form

$$z = a + bi + c\alpha + d\beta,$$

where a, b, c, d are real numbers, will be called a *hypercombined number* .

For hypercombined numbers $z_1 = a_1 + b_1 i + c_1\alpha + d_1\beta,\ z_2 = a_2 + b_2 i + c_2\alpha + d_2\beta$, we have:
$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i + (c_1 + c_2)\alpha + (d_1 + d_2)\beta$,
and

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2 + c_1c_2 - d_1d_2) + (a_1b_2 + b_1a_2 + c_1d_2 + d_1c_2)i +$$
$$(a_1c_2 - b_1d_2 + c_1a_2 - d_1b_2)\alpha + (a_1d_2 + b_1c_2 + c_1b_2 + d_1a_2)\beta\,.$$

The multiplication of hypercombined numbers is commutative, associative distributive with respect to the addition.

For a hypercombined number $z = a + bi + c\alpha + d\beta$:
the *pseudomodulus* $\omega(z)$ is defined by the equality:

$$\omega(z) = a^4 + b^4 + c^4 + c^4 + 2a^2b^2 + 2a^2d^2 + 2b^2c^2 + 2c^2d^2 - 2a^2c^2 - 2b^2d^2 - 8abcd\,;$$

$\omega(z) = 0$ if and only if $a = c, b = d$ or $a = -c, b = -d$;
If $\omega(z) \neq 0$, *then* z *has the inverse* z^{-1}, *namely,*

$$z^{-1} = \frac{a^3 + ab^2 - ac^2 + ad^2 - 2bcd}{\omega(z)} + \frac{bd^2 - ba^2 - b^3 - bc^2 + 2acd}{\omega(z)} i +$$
$$\frac{cb^2 - ca^2 + c^3 + cd^2 - 2abd}{\omega(z)}\alpha + \frac{db^2 - da^2 - dc^2 - d^3 + 2abc}{\omega(z)}\beta\,.$$

A note about Givi Mikiashvili and Hypercombined numbers

Vaja Tarieladze

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: vajatarieladze@yahoo.com

Givi Mikishvili (born in 1937) has graduated from Georgian Polytechnic Institute. He worked at the Institute of Cybernetics and then at the Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics. After retirement he has lost the ability to see and hear; he can speak and now it is possible to communicate with him only by writing with his finger on a smooth table. During my being in National Polytechnic Institute of Mexico (May, 2012) I showed Mikiashvili's manuscript to Professors Maria Elena Luna and Michael Shapiro, who are experts in Quaternion Analysis. They explained to me that a similar number system (*bicomplex numbers*) was found by Italian mathematician Corrado Segre (1863–1924) in 1892 [1] and then rediscovered in 1934 by Soviet mathematician V.V. Lyush [2]. The reader may look the references [3,4] for these and related number systems.

References

[1] C. Segre, La Reppresentazioni Reali delle Forme Complesse a Gli Enti Iperalgebrici, *Math. Ann.,* **40** (1992), 413–467.

[2] V. V. Lyush, A Theory of Universal Numbers and its Applications to Solution of Algebraic Equations, (in Russian) *Proceedings of all-Union Mathematical Congress, Leningrad,* June, 24–30, 1934, v.II, Section talks, 49–56. Editorial of Academy of Sciences of USSR, Leningrad-Moscow, 1936.[1]

[3] I. L. Kantor, A. S. Solodovnikov, *Hypercomplex numbers. An Elementary Introduction to Algebra.* Translated from Russian by A. Sheinitzer, Springer-Verlag, 1989.[2]

[4] D. Rochon, M. Shapiro, On algebraic properties of bicomplex and hyperbolic numbers, *Ann. Univ. Oradea, fasc. math.,* 2004, 71–110.

[1] I am grateful to Professor Michael Shapiro (Mexico City, Mexico) for sending to me a copy of [2].

[2] I am grateful to Professor Omar Dzagnidze (Tbilisi, Georgia) for showing to me (Russian original of) [3].

Homological Methods in Category of Fuzzy Soft Modules

Taha Yasin Ozturk, Ahmet Kuçuk

Department of Mathematics, Ataturk University, Erzurum, 25000-Turkey

email: taha36100@hotmail.com; akucuk@atauni.edu.tr

Many practical problems in economics, engineering, environment, social science, medical science etc. cannot be dealt with by classical methods, because classical methods have inherent difficulties. The reason for these difficulties may be due to the inadequacy of the theories of parameterization tools. Molodtsov initiated the concept of soft set theory as a new mathematical tool for dealing with uncertainties. Different algebraic structers were given in soft sets.We are forming a category by defining chain complexes and their morphisims in the category of fuzzy soft modules that was defined by Ç. Gunduz and S. Bayramov. We are investigating the properties of fuzzy soft chain complexes by giving homology modules of fuzzy soft chain complexes. By defining the concept of fuzzy soft homotopia we prove that fuzzy soft homology modules are invariant according to this relation. Generally, the sequence of homology modules of fuzzy soft modules is not exact. We prove the exactness of the sequences of homology modules of fuzzy soft modules under some conditions. By the use of this exact sequence there are some researches about the derivative functors of some functors.

References

[1] Ç. Gunduz and S. Bayramov, Fuzzy Soft modules, *Int. Math. Forum* **6** (2011), No. 11, 517–527.

[2] R. Ameri and M. M. Zahedi, Fuzzy chain complex and fuzzy homotopy, *Fuzzy Sets and Systems* **112** (2000), 287–297.

[3] T. Y. Ozturk and S. Bayramov, Category of chain complexes of soft modules, *Int. Math. Forum* **7** (2012), No. 20, 981–992.

On Primitive Elements of Free Lie p-Algebras

Giorgi Rakviashvili

Ilia State University
Tbilisi, Georgia

email: giorgi.rakviashvili@iliauni.edu.ge

Let $L_p\langle X\rangle$ be a free Lie p-algebra with a set X of free generators. We say that elements $y_1, y_2, \ldots, y_m$ are primitive, if there exists a set Y of free generators of $L_p\langle X\rangle$ such that $\{y_1, y_2, \ldots, y_m\} \subseteq Y$.

In this talk a following theorem is presented:

Theorem. Let $I \subseteq L_p\langle X\rangle$ be a nonzero ideal such that $L_p\langle X\rangle/I$ is isomorphic to a free Lie p-algebra $L_p\langle Y\rangle$ of a rank m. Then there exist primitive elements $\{q_1, q_2, \ldots, q_{n-m}\} \subseteq I$ which generate the ideal I.

We hope that this theorem is helpful to prove that $a \in L_p\langle X\rangle$ is primitive if and only if $L_p\langle X\rangle/(a)$ is free, where (a) is a ideal of $L_p\langle X\rangle$ generated by a.

On Hypercomplex Structures

Arif A. Salimov

Faculty of Science, Department of Mathematics,
Atatürk University, 25240, Turkey

email: asalimov@atauni.edu.tr

A hypercomplex algebra is a real associative algebra with unit. A poly-affinor structure on a manifold is a family of endomorphism fields (i.e. tensor fields of type (1,1)). If poly-affinor structure is an algebra (under the natural operations) isomorphic to a hypercomplex algebra, the poly-affinor structure is called hypercomplex. In this paper we define some tensor operators which are applied to pure tensor fields.. Using these operators we study some properties of integrable commutative hypercomplex structures endowed with a holomorphic torsion-free pure connection whose curvature tensor satisfy the purity condition with respect to the covariantly constant structure affinors.

სუსტად ლოკალურად კომპაქტური ტოპოლოგიური აბელის ჯგუფებისათვის მახასიათებელთა თეორიის შესახებ

ონისე სურმანიძე

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, ბათუმი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: onise_s@mail.ru

ჩვენს მიერ ნაშრომში [1] შემოტანილი იყო სუსტად ლოკალურად კომპაქტური ტოპოლოგიური აბელის ჯგუფის ცნება, რომელიც წარმოადგენს ნ. ვილენკინის მიერ [2] განმარტებული და შესწავლილი ე.წ. ბოჭკოვანი ტოპოლოგიური აბელის ჯგუფის ცნების განზოგადოებას.

განმარტება 1. ტოპოლოგიურ აბელურ G ჯგუფს ეწოდება ლოკალურად სუსტად წრფივად კომპაქტური, თუ იგი შეიცავს სუსტად წრფივად კომპაქტურ ღია H ქვეჯგუფს.

განმარტება 2. ტოპოლოგიურ აბელურ G ჯგუფს ეწოდება სუსტად ლოკალურად კომპაქტური, თუ სრულდება შემდეგი პირობები:

1) G ჯგუფის ნულის კომპონენტა G_0 წარმოადგენს ლოკალურად კომპაქტურ ტოპოლოგიურ აბელურ ჯგუფს;

2) ფაქტორ ჯგუფი G/G_0 ლოკალურად სუსტად წრფივად კომპაქტურია;

ისევე, როგორც ლოკალურად კომპაქტურ ტოპოლოგიურ აბელურ ჯგუფთა კლასში გამოიყოფა დისკრეტული და კომპაქტური ჯგუფების კლასები, ასევე, სუსტად ლოკალურად კომპაქტურ ჯგუფთა კლასში გამოიყოფა კვაზიდისკრეტული და კვაზიკომპაქტური ჯგუფების კლასები და ისინი ლ. პონტრიაგინის მახასიათებელთა თეორიის მიხედვით, ერთმანეთის ორადულებია.

ადგილი აქვს შემდეგ თეორემებს:

თეორემა 1. ვთქვათ, ტოპოლოგიური აბელური G ჯგუფი კვაზიდისკრეტულია (კვაზიკომპაქტურია), მაშინ მისი მახასიათებელთა $\hat{G}$ ჯგუფი კვაზიკომპაქტურია (კვაზიდისკრეტულია).

თეორემა 2. ვთქვათ, სუსტად ლოკალურად კომპაქტური აბელური G ჯგუფი ისეთია, რომ მისი ნულის კომპონენტა კომპაქტურია, და $\hat{G}$ მისი მახასიათებელთა ჯგუფია. მტკიცდება, რომ ასევე $\hat{G}$ ჯგუფი წარმოადგენს სუსტად ლოკალურად კომპაქტურ ჯგუფს, კომპაქტური ნულის კომპონენტით.

ლიტერატურა

[1] ო. სურმანიძე, კომპაქტური და სუსტად ლოკალურად კომპაქტური ტოპოლოგიური ჯგუფების ზოგიერთ თვისებათა შესახებ, თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ. LXX, 1982, 108–115;

[2] ნ. ვილენკინი, ბოჭკოვანი ტოპოლოგიური აბელის ჯგუფები და მათი მახასიათებელთა თეორია. მათემატიკის შრომების კრებული, ტ.24, 66, #2, 1949, 189-–226.

[3] ო. სურმანიძე, სუსტად წრფივად კომპაქტური ტოპოლოგიური აბელის ჯგუფები. თბილისის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები. ტ.46, 1975, 77–108.

On a Special Class of Topological Spaces

Ivane Tsereteli

St. Andrew Georgian University,
Department of Physical-Mathematical and Computer Sciences,
Tbilisi, Georgia
email: ivanetsereteli@hotmail.com

Term "space" means topological space. All spaces below are at least Hausdorff. $\mathbf{N}$ (respectively, $\mathbf{R^n}$ $(n > 0)$, $\mathbf{S^n}$ $(n \geq 0)$) denotes the space of all positive integers (respectively, the n-dimensional Euclidean space, the standard n-dimensional sphere). T_{SM} denotes the class of all separable and metrizable spaces. $|X|$ is the cardinality of a set (space) X. c stands for the cardinality of continuum. dim is the classical covering dimension function. A topological space X is called strongly rigid, if the only continuous maps of X into itself are constant maps and the identity (see e.g., [1]). The class of all strongly rigid spaces is denoted by T_{sr}. A subspace Y of a space X is proper provided there is a point $x_0 \in X$ with $Y \subset X \setminus \{x_0\}$.

We say (see [2]) that a nonempty topological space X is *topologically finite*, iff for any proper subspace $Y \subset X$ there is no homeomorphism from X onto Y. Otherwise we say that the (nonempty) space X is *topologically infinite*. The class of all topologically finite spaces is denoted by T_{tf}. Obviously, any finite space is topologically finite.

Proposition. *For every integer $n \geq 0$, $\mathbf{S^n}$ is topologically finite.*

Proposition. *Let $n \in \mathbf{N}$. Every subspace $A \subset \mathbf{R^n}$ with $dimA = n$ is topologically infinite.*

Proposition. *Every countable (infinite) space $X \in T_{SM}$ is topologically infinite.*

Proposition. *Every infinite 0-dimensional compact space with countable base is topologically infinite.*

Proposition. *Let $(X_\alpha)_{\alpha\in I}$ be a family of spaces at least one of which is topologically infinite. Then the product $\prod\limits_{\alpha\in A} X_\alpha$ is topologically infinite.*

Proposition. *The topological sum of any two connected and topologically finite spaces is topologically finite.*

Theorem. *For every $n \in \{0, 1, 2, \dots\} \bigcup \{\infty\}$, there exists a separable metrizable space X_n with $X_n \in T_{tf} \setminus T_{sr}$, $\dim X_n = n$ and $|X_n| = c$.*

References

[1] J. J. Charatonik, On generalized rigidity, *Houston J. Math.* **26** (2000), no. 4, 639–660.

[2] I. Tsereteli, Topological finiteness, Bernstein sets, and topological rigidity, *Topology Appl.* **159** (2012), no. 6, 1645–1653.

On the Strong Uniform Homology Theory

Lela Turmanidze

Shota Rustavely Batumi State University, Department of Mathematics
Batumi, Georgia

email: turmanidzelela@gmail.com

In my report the strong homology theory on the category uniform spaces and uniform maps will be constructed (cf. [2]) The Eilenberg-Steenrod axioms will be checked and proved that the uniform strong homology groups are invariants of Bauer uniform strong shape theory ([1], [3], [4]).

References

[1] F. W. Bauer, A shape theory with singular homotopy. *Pacific J. Math.* **64** (1976), 25–65.

[2] T. Miyata, Uniform shape theory. *Glas. Mat. Ser. III* **29(49)** (1994), no. 1, 123–168.

[3] L Turmanidze, On uniform strong shape theory. *Bull. Georgian Acad. Sci.* **167** (2003), no. 1, 19–23.

[4] L. Turmanidze, Some Relations between bauer's topological and uniform Strong Shape Theories, *Georgian MU Conference*, 2011.

On the Number of Representations of Positive Integers by Some Diagonal Quadratic Forms of 16 Level

Teimuraz Vepkhvadze

I. Javakhishvili Tbilisi state University, Faculty of Exact and Natural Sciences
Tbilisi, Georgia

email: t-vepkhvadze@hotmail.com

By means of the theory of modular forms explicit (exact) formulas are derived for the number of representations of positive integers by the forms

$$f^{(k)} = \sum_{j=1}^{k} x_j^2 + 4 \sum_{j=k+1}^{9} x_j^2 \quad (k = 1, 2, \dots, 8).$$

The cases $(k = 1, 2, 7)$ were considered by Lomadze.

References

[1] G. Lomadze, On the number of representations of positive integers by the quadratic form $x_1^2 + \cdots + x_8^2 + 4x_9^2$. *Georgian Math. J.* **8** (2001), no. 1, 111–127.

[2] G. Lomadze, On the number of representations of positive integers by the quadratic forms $x_1^2 + x_2^2 + 4(x_3^2 + \cdots + x_9^2)$ and $x_1^2 + 4(x_2^2 + \cdots + x_9^2)$. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **127** (2001), 113–132.

[3] T. Vepkhvadze, Generalized theta-functions with characteristics and cusp forms corresponding to quadratic forms in nine variables. *Bull. Georgian Acad. Sci.*, **5** (2011), no. 2.

Inverse Limits in the Category of Fuzzy Soft Modules

Murat Ibrahim Yazar[1], Ciğdem Gunduz (Aras)[2], Sadi Bayramov[1]

[1] Department of Mathematics, Kafkas University, Kars, 36100-Turkey
[2] Department of Mathematics, Kocaeli University, Kocaeli, 41380-Turkey

email: miy248@yahoo.com; carasgunduz@gmail.com; baysadi@gmail.com

Many practical problems in economics, engineering, environment, social science, medical science etc. cannot be dealt with by classical methods, because classical methods have inherent difficulties. Probability theory, fuzzy sets, rough sets, and other mathematical tools have their inherent difficulties. The reason for these difficulties may be due to the inadequacy of the theories of parameterization tools.

Molodtsov [4] initiated the concept of soft set theory as a new mathematical tool for dealing with uncertainties.

It is known that the inverse limit is not only an important concept in the category theory, but also plays an important role in topology, algebra, homology theory etc. To the date, inverse system and its limit was defined in the different categories. Furthermore, some of its properties was investigated. Gunduz and Bayramov [2] defined inverse (direct) system of fuzzy modules and their limits and obtained their properties. Gunduz and Bayramov defined fuzzy soft modules [3]. Here, we investigate the properties of the functor $\varprojlim$ by defining homology modules of fuzzy chain complexes of fuzzy soft modules. We prove that the inverse system limit of exact sequence of fuzzy soft modules is exact.

2010 Mathematics Subject Classification. 18A72, 18G05, 18G10.

Keywords. Soft set, soft module, Fuzzy soft module, inverse system, inverse limit.

References

[1] R. Ameri and M. M. Zahedi, Fuzzy chain complex and fuzzy homotopy, *Fuzzy sets and systems* **112** (2000), 287–297.

[2] C. Gunduz (Aras) and S. Bayramov, Inverse and direct system in category of fuzzy modules, *Fuzzy Sets, Rough Sets and Multivalued Operations and Applications* 2 (2011), No. 1, 11–25.

[3] C. Gunduz (Aras) and S. Bayramov, Fuzzy soft modules, *International Mathematical Forum* **6** (2011), No. 11, 517–527.

[4] D. Molodtsov, Soft set theory- first results, *Comput. Math. Appl.* **37** (1999), 19–31.

r-Orthomorphisms and Their Arens Triadjoints

Ruşen Yilmaz[1] and Yilmaz Altun[2]

[1] Recep Tayyip Erdoğan University, Faculty of Arts and Science, Department of Mathematics, Rize / Turkey

[2] Artvin Çoruh University, Faculty of Arts and Science, Department of Mathematics, Artvin / Turkey

email: ryilmaz00@yahoo.com; yilmazaltun@artvin.edu.tr

We introduce a new concept of r-orthomorphism and prove that, for vector lattices A and B, the Arens triadjoint $T^{***} : (A')'_n \times (A')'_n \to (B')'_n$ of a positive r-orthomorphism $T : A \times A \to B$ is a positive r-orthomorphism. This also generalizes results on the order bidual of r-algebras in [R. Yilmaz, *The bidual of r-algebras*, Ukrainian Mathematical Journal, Vol. 63 (2011) no. 5, 833-837].

სიბრტყის შეფასების შესახებ მახლობელი არეთა კვაზიკონფორმულ ასახვებში

ლელა ზივზივაძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ქუთაისი, საქართველო

ორადბმული მახლობელი არეების სიახლოვის მიხედვით შეფასებულია აღნიშნული არეების კანონიკურ არეებზე კვაზიკონფორმულად გადამსახავი ფუნქციის სასაზღვრო მნიშვნელობების სხვაობა.

Differential Equations and Mathematical Physics

დიფერენციალური განტოლებები და მათემატიკური ფიზიკა

On a Two Point Boundary Value Problem for the System of the Linear Impulsive Equations with Singularities

Malkhaz Ashordia

A. Razmadze Mathematical Institute;
Sukhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences

Tbilisi, Georgia

email: ashord@rmi.ge

The Fredholm property for the impulsive problem with singularities

$$\frac{dx_i}{dt} = P_i(t) \cdot x_{3-i} + q_i(t) \ \ (i = 1, 2), \tag{1}$$

$$x_i(\tau_k+) - x_i(\tau_k-) = G_i(k) \cdot x_{3-i}(\tau_k) + h_i(k) \ \ (i = 1, 2; \ k = 1, 2, \dots); \tag{2}$$

$$x_1(a) = c_1, \ x_1(b) = c_2, \tag{3}$$

are considered, where $P_i \in L_{loc}(]a, b[\,; R^{n_i \times n_{3-i}})$, $q_i \in L_{loc}(]a, b[\,; R^{n_i})$, $G_i(k) \in R^{n_i \times n_{3-i}}$ and $h_i(k) \in R^{n_i}$ (i=1,2), $c_i \in R^{n_i}$ $(i = 1, 2)$, n_1 and n_2 are natural numbers, and $-\infty < a < \tau_1 < \tau_2 < \dots < b < \infty$ and $\lim\limits_{k\to\infty} \tau_k = b$.

It is known that if P_i, q_i $(i = 1, 2)$ are integrable and $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \big(\|G_i(k)\| + \|h_i(k)\|\big) < \infty (i = 1, 2)$, then for defined conditions the problem (1),(2);(3) is Fredholm, i.e., it is uniquely solvable if and only if the corresponding homogeneous system $dx_i/dt = P_i(t) \cdot x_{3-i}$, $x_i(\tau_k+) - x_i(\tau_k-) = G_i(k) \cdot x_{3-i}(\tau_k)$ $(i = 1, 2; k = 1, 2, \dots)$ has only the trivial solution under the conditions $x_1(a) = 0$, $x_1(b) = 0$.

We are interested in the case when the system (1),(2) has singularities at the points a and b, i.e., $\int\limits_a^b \|P_i(t)\| dt + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \|G_i(k)\| = \infty$ and $\int\limits_a^b \|q_j(t)\| dt + \sum\limits_{k=1}^{\infty} \|h_j(k)\| = \infty$ for some $i, j \in \{1, 2\}$.

Theorem. *Let*

$$\int\limits_a^b \big(\|P_1(t)\| + \|q_1(t)\|\big) dt + \sum_{k=1}^{\infty} \big(\|G_1(k)\| + \|h_1(k)\|\big) < \infty,$$

$$\|\mathscr{F}_0(|P_1|, |G_1|; |P_2|, |G_2|)(a+, b-)\| + \|\mathscr{F}_0(|P_1|, |G_1|; |q_2|, |h_2|)(a+, b-)\| < \infty,$$

where $\mathscr{F}_0$ is some operator. Then problem (1),(2);(3) *is Fredholm.*

Analogous results are established for the boundary condition $x_1(a) = c_1$, $x_2(b) = c_2$.

Acknowledgement. This work is supported by the Shota Rustaveli National Science Foundation (Grant No. FR/182/5-101/11).

On Conditions for the Well-Posedness of Nonlocal Boundary Value Problems for Systems of a Class of Linear Generalized Ordinary Differential Equations with Singularities

Malkhaz Ashordia, Nestan Kekelia

A. Razmadze Mathematical Institute;
Sukhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences

Tbilisi, Georgia

email: ashord@rmi.ge, nest.kek@mail.ru

The well-posedness question is considered for the singular generalized BVP

$$dx_i(t)=x_i da_{i+1}(t),\ dx_n(t)=\sum_{i=1}^{n} h_i(t)x_i(t)db_i(t)+df(t);\quad \ell_i(x_1,\dots,x_n)=0\ (i=\overline{1,n}),\quad (1)$$

where a_i, b_i and f_i have bounded variations on $[a,b]$, h_i is a function measurable with respect to the measures $\mu(v(b_i))$, and ℓ_i is a linear bounded functional for $i\in\{1,\dots,n\}$.

Under a solution of the BVP (1) we understand a vector-function satisfying the corresponding integral equalities with the integral in the Lebesgue–Stieltjes sense.

Along with the problem (1) consider the perturbed BVP

$$dx_i(t)=x_i da_{i+1}(t),\ dx_n(t)=\sum_{i=1}^{n} h_i(t)x_i(t)db_i(t)+d\widetilde{f}(t);\quad \ell_i(x_1,\dots,x_n)=0\ (i=\overline{1,n}).\quad (2)$$

Definition 1. The problem (1) is said to be *well-posed* if for an arbitrary $\widetilde{f}$ and $c=(c_i)_{i=1}^n$ the problem (2) is uniquely solvable and there exists a positive constant r, independent of $\widetilde{f}$ and c, such that $\|\widetilde{x}-x\|_s\le r\cdot(\|c\|+\|\widetilde{f}-f\|_s)$, where $x=(x_i)_{i=1}^n$ and $\widetilde{x}=(\widetilde{x}_i)_{i=1}^n$, respectively, are solutions of the problems (1) and (2).

It is known that if the coefficients of the system (1) are integrable on $[a,b]$, then the unique solvability of the problem (1), with some conditions, ensures its well-posedness.

We consider the case, when the system (1) is singular, i.e., some of the coefficients h_i $(i=1,\dots,n)$, in general, are not integrable on $[a,b]$ with respect to the corresponding measures, having singularities at some boundary or interior points of the interval $[a,b]$.

Definition 2. The problem (1) is said to be *conditionally well-posed* if the assumptions in Definition 1 are valid only for $c_i = 0$ $(i = 1, \dots, n)$.

In the singular case, there are established the conditions guaranteeing the the conditional well-posedness of the problem (1),(2), and the conditions for which this problem is conditionally well-posed but not well-posed.

Acknowledgement. Supported by the Sh. Rustaveli Nat. Science Found. (Grant No. FR/182/5-101/11).

On One Nonlinear Characteristic Problem

Rusudan Bitsadze

Georgian Technical University
Faculty of Informatics and Systems Management

Tbilisi, Georgia

email: Kavrelishvilim@hotmail.com

Suppose we are given two arcs γ_1, γ_2 drawn from the common point $(a, f(a))$ and let them be given in the explicit form

$$\gamma_1: \ y = f_1(x), \ \ b \le x \le a, \ \ b < 0, \ \ a > 0$$

and

$$\gamma_2: \ y = f_2(x), \ \ d \le x \le a, \ \ d < 0, \quad f_1(a) = f_2(a), \ \ f_1'(a) = -f_2'(a).$$

Assume that the functions f_1 and f_2 are three times continuously differentiable and the arc γ_1 monotonically ascends, whereas the arc γ_2, vice versa, monotonically descends.

The characteristic problem. Find a regular hyperbolic solution $u(x, y)$ of equation

$$u_y^4 u_{xx} - u_{yy} = cx^{-2} u u_y^4, \ \ c = const,$$

and, simultaneously with it, a domain of its extension when the curves γ_1 and γ_2 are the arcs of the characteristics, and the values

$$u(a, f_1(a)) = \vartheta, \quad u_x(a, f_1(a)) = \delta$$

are given at the common point.

For any $0 < \varepsilon < q \le \frac{1}{2}$, there are regular hyperbolic solutions of the characteristic problem represented in the explicit form in two non-intersection domains – in the characteristic triangle between the curves γ_1 and γ_2 and straight line $x = \varepsilon$, as well as in the domain D from the opposite side of degeneration line, where D is bounded by arcs of characteristic curves.

Boundary Value Problems for the Helmholtz Equation in Arbitrary 2D-Sectors

Roland Duduchava, David Kapanadze, George Tepnadze, Medea Tsaava

Andrea Razmadze Mathematical Institute,
I. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: roldud@gmail.com

We investigate different boundary value problems (with the Dirichlet, Neumann, mixed or impedance conditions) for the Helmholtz equation in 2D domains with angular points on the boundary. We reduce the problem to the boundary pseudodifferential equation which is transformed equivalently to a system of singular integral equations with fixed singularities in the kernels. Further we apply the results of [2, 3, 4] to derive the unique solvability criterion for the BVPs under consideration.

Next we consider the case when two domains with the common part of the boundary have different frequency parameter and derive results for BVPs similar to those mentioned above.

The interest to such problems was revived recently by very modern and very important investigations of Surface plasmon polaritons (SPPs), which is believed to play a crucial role in the development and miniaturisation of photonic information processors. Some new meta-materials, created artificially, have negative electric permittivity and magnetic permeability and composites of such materials with dielectrics, require investigation of scattering of electromagnetic waves in domains with angular points on the boundary (see [1]). Moreover, even more difficulty is associated with the sign-changing of the leading order coefficients of the equation, which leads to the loss of ellipticity of the BVP.

The approach not only permits investigation of the solvability and equivalent reduction to a simple classical Fredholm integral equation on the boundary, but also allows to find precise and detailed asymptotic of a solution in the vicinity of singular points on the boundary.

References

[1] L. Chesnel and P. Ciarlet, Jr., Compact imbeddings in electromagnetism with interfaces between classical materials and meta-materials, *SIAM J. Math. Anal.* **43** (2011), 2150–2169.

[2] R. Duduchava, *Integral Equations with Fixed Singularities.* Teubner, Leipzig, 1979.

[3] R. Duduchava, On general singular integral operators of the plane theory of elasticity, *Rendiconti Sem. Mat. Univers. e Politecn. Torino* **42** (1984), 15–41.

[4] R. Duduchava, General singular integral equations and basic theorems of the plane theory of elasticity, *Trudy Tbiliss. Mat. Inst. Razmadze* **82** (1986), 45–89 (in Russian).

Dependence on Initial Conditions of a Solution to a Mixed Problem with Periodic Boundary Condition for a Class of Quasi-Linear Euler–Bernoulli Equation

Huseyin Hal̇ilov, Bahadir Ö. Güler, Kadir Kutlu

Recep Tayyip Erdoğan Ünı̇versı̇tesı̇ Fen-Edebı̇yat Fakültesı̇ Matematı̇k Bölümü
53050 Rı̇ze, Turkey

email: huseyin.halilov@rize.edu.tr; bahadir.guler@rize.edu.tr; kadir.kutlu@rize.edu.tr

In this work, the dependency on initial conditions of the weak generalized solution which existence and uniqueness are proved by us [5] of a mixed problem with periodic boundary condition for the following quasi-linear Euler–Bernoulli equation is studied

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \varepsilon b^4 \frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(\varepsilon, t, x, u), \quad (t,x) \in D\{0 < t \le T,\ 0 < x < \pi\},$$

$$\begin{gathered}
u(0,x,\varepsilon) = \varphi(x,\varepsilon),\ u_t(0,x,\varepsilon) = \psi(x,\varepsilon) \quad (0 \le x \le \pi,\ 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0), \\
u(t,0,\varepsilon) = u(t,\pi,\varepsilon),\ u_x(t,0,\varepsilon) = u_x(t,\pi,\varepsilon), \\
u_{x^2}(t,0,\varepsilon) = u_{x^2}(t,\pi,\varepsilon),\ u_{x^3}(t,0,\varepsilon) = u_{x^3}(t,\pi,\varepsilon) \quad (0 \le t \le T,\ 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0).
\end{gathered}$$

References

[1] H. I. Chandrov, *On Mixed Problem for a Class of Quasilinear Hyperbolic Equation.* Tbilisi, 1970.

[2] E. A. Conzalez-Velasco, *Fourier Analysis and Boundary value Problems.* Academic Press, NYC, 1995.

[3] V. A. Il'in, On solvability of mixed problems for hyperbolic and parabolic equations, *Uspehi Mat. Nauk* **15** (1960), No. 2 (92) 97–154 (in Russian); translated as *Russian Math. Surveys* **15** (1960), No. 2, 85–142.

[4] H. Halilov, On the mixed problem for quasilinear pseudoparabolic equation. *Appl. Anal.* **75** (2000), No. 1-2, 61–71.

[5] H. Halilov, K. Kutlu, B. Ö. Güler, Solution of a mixed problem with periodic boundary condition for a quasi-linear Euler-Bernoulli equation. *Hacet. J. Math. Stat.* **39** (2010), No. 3, 417–428.

On a Darboux Type Multidimensional Problem for One Class of Second Order Nonlinear Hyperbolic Systems

Sergo Kharibegashvili[1], Bidzina Midodashvili[2]

[1] Georgian Technical University, Department of Mathematics
[2] I. Javakhishvili Tbilisi State University, Department of Computer Science

Tbilisi, Georgia

email: kharibegashvili@yahoo.com; bidmid@hotmail.com

Consider a semilinear hyperbolic system of the form

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i(u_1, u_2, \dots, u_N) = F_i(x,t), \quad i = 1, \dots, N, \tag{1}$$

where $f = (f_1, \dots, f_N)$, $F = (F_1, \dots, F_N)$ are given vector functions while $u = (u_1, \dots, u_N)$ is an unknown real vector-function, $n \geq 2$, $N \geq 2$.

Denote by $D : t > |x|,\ x_n > 0$ the half of a light cone of the future bounded by the part $S^0 : \partial D \cap \{x_n = 0\}$ of the hyperplane $\{x_n = 0\}$ and the half $S : t = |x|,\ x_n \geq 0$ of the characteristic conoid $C : t = |x|$ of the system (1). Let $D_T := \{(x,t) \in D : t < T\}$, $S_T^0 := \{(x,t) \in S^0 : t \leq T\}$, $S_T := \{(x,t) \in S : t \leq T\}$, $T > 0$.

For the system of equations (1) consider a problem on finding a solution $u(x,t)$ of this system by the boundary conditions

$$\frac{\partial u}{\partial x_n}\bigg|_{S_T^0} = 0, \ u\big|_{S_T} = g, \tag{2}$$

where $g = (g_1, \dots, g_N)$ is a given vector-function on S_T. In the case when $T = \infty$ we have $D_\infty = D$, $S_\infty^0 = S^0$ and $S_\infty = S$.

The problem (1), (2) represents a multidimensional version of the Darboux first problem for the system (1), when one part of the problem data support represents a characteristic manifold, while another part is a time type manifold.

We give certain conditions for the nonlinear vector-function $f = f(u)$ from (1), which fulfilment ensures local or global solvability of the problem (1), (2), while in some cases the problem (1), (2) will not have a global solution, though it will be locally solvable.

Some Nonlinear Variant of the Darboux Type Nonlocal Problem

Marine Menteshashvili

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: menteshashvili_m@mail.ru

We consider the questions related to the modified Darboux problem for a second order quasilinear equation with real characteristics

$$u_{xx} + (1 + u_x + u_y) \cdot u_{xy} + (u_x + u_y) \cdot u_{yy} = 0. \tag{1}$$

Equation (1) judging by its characteristic roots $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = u_x + u_y$, is hyperbolic. However the case is not excluded, where the values of these roots coincide and therefore equation (1) itself parabolically degenerates. This happens for $u_x + u_y = 1$. Therefore the class of hyperbolic solutions of the considered equation should be defined by the condition $u_x + u_y - 1 \neq 0$.

If we know the value of the sum of the first order derivatives u_x, u_y of the unknown solution $u(x, y)$:

$$u_x(x_0, y_0) + u_y(x_0, y_0) = \alpha(x_0, y_0), \quad (x_0, y_0) \in A,$$

where A is a set of points, then the characteristics of the family of the root λ_2 are representable as $y - y_0 = \alpha(x_0, y_0)(x - x_0)$. If $\alpha(x_0, y_0) = 1$, $(x_0, y_0) \in A$, then the equation parabolically degenerates all over the straight line $y - y_0 = x - x_0$. If the condition

$$u_x(x, 0) + u_y(x, 0) = \alpha(x), \quad x \in [0, a] \tag{2}$$

is fulfilled, the characteristics of the family of the root λ_2 have the form $y = \alpha(x_0)(x - x_0)$, $x_0 \in [0, a]$, and they intersect with the straight line $y = x$ at the point $(\mu(x_0), \mu(x_0))$, where

$$\mu(x) = \frac{x\alpha(x)}{\alpha(x) - 1}.$$

The Darboux type nonlocal problem. *Find a regular solution $u(x,y)$ of equation* (1) *and, along with it, the domain of its propagation if it satisfies condition* (2) *and the nonlocal condition*

$$u(x,0)+\beta(x)\,u(\mu(x),\mu(x))=\varphi(x),\quad x\in[0,a], \tag{3}$$

where $\alpha,\beta,\varphi\in C^2[0,a]$ are given functions.

Theorem. *If conditions*

$$|2\alpha(x)-1|>1,\quad -\infty<\alpha'(x)<0,\quad x\in[0,a],\quad \beta(0)\neq 1,$$

are fulfilled, then in the characteristic triangle there exists a unique regular solution of the nonlocal problem (1)–(3).

Acoustic Scattering by Inhomogeneous Anisotropic Obstacle

David Natroshvili

Georgian Technical University, Department of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: natrosh@hotmail.com

We consider the time-harmonic acoustic wave scattering by a bounded layered *anisotropic inhomogeneity* embedded in an unbounded or bounded *anisotropic* homogeneous medium. The material parameters and the refractive index are assumed to be discontinuous across the interfaces between the inhomogeneous interior and homogeneous exterior regions. The corresponding mathematical problems are formulated as boundary-transmission problems for a second order elliptic partial differential equation of Helmholtz type with discontinuous variable coefficients. We show that the boundary-transmission problems with the help of *localized potentials* can be reformulated as a *localized boundary-domain integral equations* (LBDIE) systems and prove that the corresponding *localized boundary-domain integral operators* (LBDIO) are invertible.

First we establish the equivalence between the original boundary-transmission problems and the corresponding LBDIE systems which plays a crucial role in our analysis. Afterwards, we establish that the localized boundary domain integral operators obtained belong to the Boutet de Monvel algebra of pseudo-differential operators. And finally, applying the Vishik-Eskin theory based on the factorization method (the Wiener-Hopf method) we investigate Fredholm properties of the LBDIOs and prove their invertibility in appropriate function spaces. This invertibility property implies then existence and uniqueness results for the LBDIE systems and the corresponding original boundary-transmission problems.

Beside a pure mathematical interest these results can be applied in constructing and analysis of numerical methods for solution of the LBDIE systems and thus the scattering problems in inhomogeneous anisotropic media.

This is a joint work with Otar Chkadua (Tbilisi State University, Georgia) and Sergey Mikhailov (Brunel University of London, UK).

Acknowledgements: This research was supported by grant No. EP/H020497/1: "Mathematical analysis of Localized Boundary-Domain Integral Equations for Variable-Coefficient Boundary Value Problems" from the EPSRC, UK.

The Weighted Cauchy Problem for Nonlinear Singular Differential Equations with Deviating Arguments

Zaza Sokhadze

Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics
Kutaisi, Georgia

email: z.soxadze@gmail.com

The sufficient conditions of well-posedness of the weighted Cauchy problem for non-linear differential equations with deviating arguments are established.

Acknowledgement. The present work is supported by Shota Rustaveli National Foundation (Project GNSF/ ST09-175-3-301).

General Constitutive Relation for Viscoelasticity Containing Fractional Derivatives

Teimuraz Surguladze

Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics
Kutaisi, Georgia

email: temsurg@yahoo.com

As shown by Begley 1979 under uniaxial stress state the general constitutive relation containing fractional derivatives for a homogeneous viscoelastic material is given by

$$\Big(1+\sum_{k=1}^{K}a_kD^{\hat\beta_k}\Big)\Big(1+\sum_{p=1}^{P}b_kD_p^{\beta}\Big)\sigma(t)$$
$$=\Big(1+\sum_{p=1}^{P}b_kD_p^{\beta}\Big)\Big(\lambda_0+\sum_{j=1}^{J}\lambda_jD^{\hat\lambda_j}\Big)\varepsilon(t)+2\Big(1+\sum_{k=1}^{K}a_kD^{\hat\beta_k}\Big)\Big(\mu_0+\sum_{l=1}^{L}\mu_lD^{\alpha_l}\Big)\varepsilon(t), \quad (1)$$

where $\sigma(t)$ is stress and $\varepsilon(t)$ is strain.

Theorem: Suppose that the constitutive relation for homogeneous isotropic materials in the case of uniaxial dressed up state is given in the form of (1), then the relation (1) is equivalent to

$$\varepsilon=\hat\Pi*d\sigma,$$

where the function $\hat\Pi$ can be represented as a finite sum of functions of Mittag–Leffler type.

Probability and Statistics, Financial Mathematics

ალბათობის თეორია და სტატისტიკა, ფინანსური მათემატიკა

დაზღვევის მახასიათებლების გამოთვლის მარკოვის მოდელი

მალხაზ კუცია, მედეა ჭანია

სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი
თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: maxo51@mail.ru

დამზღვევი და დაზღვეულები უმეტეს შემთხვევაში ქმნის დაპირისპირებულთა სისტემას, არსებობისათვის დაპირისპირება უნდა გადაწყდეს ურთიერთ კომპრომისების საფუძველზე. კერძოდ, პრემიები ერთი მხრივ და სადაზღვევო ზარალის ანაზღაურება, მეორე მხრივ, გარკვეული აზრით, უნდა იყოს მინიმალური. ვინაიდან დაზღვეულთა სადაზღვევო მოთხოვნები ქმნის მოთხოვნათა ნაკადს (წარმოადგენს ფინანსურ ნაკადს), ხოლო დამზღვევი ვალდებულია აანაზღაუროს ზარალი (მოემსახუროს) და ამიტომ ასეთი ამოცანების გადასაჭრელად შესაძლებელია მასობრივი მომსახურების მოდელების გამოყენება. ასეთი მოდელები საკმაოდ კარგად არის განვითარებული და ასახულია შესაბამის ლიტერატურაში.

ამოცანის გადაწყვეტა განსაკუთრებით მარტივდება, თუ შემავალი ნაკადები ქმნის პუასონის სტაციონალურ ნაკადებს, ხოლო მომსახურება ექსპონენციალური კანონით განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეა. ამ შემთხვევაში სისტემა შეიძლება აღიწეროს მარკოვის დისკრეტული შემთხვევითი პროცესით ან მარკოვის ჯაჭვებით.

კოლმოგოროვის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა გარკვეული საწყისი პირობებით, რომელიც შეესაბამება კონკრეტულ მარკოვის დისკრეტულ მოდელს, როგორც წესი, ყოველთვის ამოხსნადია ლაპლასის გარდაქმნათა ტერმინებში მაინც. ხოლო იმ შემთხვევაში, თუ აღმოჩნდა, რომ მარკოვის პროცესი ერგოდულია, მაშინ პროცესის მდგომარეობებისათვის არსებობს ფინალური ალბათობები, რომელთა მნიშვნელობების გამოთვლა დაიყვანება გარკვეულ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე.

ასეთი წესით განსაზღვრული ალბათობების გარკვეული კომბინაციებით შესაძლებელია სისტემის სხვადასხვა მახასიათებლების დადგენა, მათ შორის - საკომპრომისო.

Quantitative Characteristic of Stability of Multicriteria Investment Problem with Wald's Efficiency Criteria

Vladimir Emelichev, Vladimir Korotkov

Belarusian State University, Minsk

email: emelichev@bsu.by; wladko@tut.by

We consider multicriteria discrete variant of Markowitz's investment managing problem [1]. We denote by: $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ a set of investment projects (assets); N_m a set of possible financial market states (situation); N_s a set of indicators of investment projects efficiency; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^{\mathrm{T}} \in X \subseteq \mathbf{E}^n$ an investment portfolio, where $\mathbf{E} = \{0, 1\}$, $x_j = 1$ if project $j \in N_n$ is implemented, $x_j = 0$ otherwise. Here $\mathbf{E} = \{0, 1\}$.

Let the following vector objective function $f(x, E) = (f_1(x, E_1), f_2(x, E_2), \dots, f_s(x, E_s))$, be given on a set of investment portfolios X whose components are Wald's maximin criteria [2]

$$f_k(x, E_k) = \min_{i \in N_m} E_{ik}x = \min_{i \in N_m} \sum_{j \in N_n} e_{ijk}x_j \to \max_{x \in X}, \qquad k \in N_s,$$

where $E_k \in \mathbf{R}^{m \times n}$ is the k-th cut of matrix $E = [e_{ijk}] \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$, $E_{ik} = (e_{i1k}, e_{i2k}, \dots, e_{ink})$ is the i-th row of that cut.

A multicriteria investment Boolean problem $Z^s(E)$, $s \in \mathbf{N}$, means the problem of searching the Pareto set$P^s(E)$.

As usual [3], the stability radius of the problem $Z^s(E)$, $s \geq 1$, is defined as the number $\rho(m, n, s) = \sup\ \Xi$, if $\Xi \neq \emptyset$, and $\rho(m, n, s) = 0$, if $\Xi = \emptyset$, where $\Xi = \{\varepsilon > 0 : \ \forall E' \in \Omega(\varepsilon) \quad (P^s(E + E') \subseteq P^s(E))\}$, $\Omega(\varepsilon) = \{E' \in \mathbf{R}^{m \times n \times s} : \ 0 < \|E'\| < \varepsilon\}$, $\|E\| = \max\limits_{k \in N_s} \sum\limits_{i \in N_m} \sum\limits_{j \in N_n} |e_{ijk}|$, $E' = [e'_{ijk}]$.

Theorem. *Let $P^s(E) \neq X$. Then the stability radius $\rho(m, n, s)$ of multicriteria investment problem $Z^s(E)$, $s \geq 1$, has the following lower and upper attainable bounds*

$$\varphi(m, n, s) \leq \rho(m, n, s) \leq mn\varphi(m, n, s),$$

where

$$\varphi = \varphi(m, n, s) = \min_{x \notin P^s(E)} \ \max_{x' \in P^s(x, E)} \ \min_{k \in N_s} \ \max_{i \in N_m} \ \min_{i' \in N_m} \ (E_{i'k}x' - E_{ik}x).$$

$$P^s(x, E) = \{x' \in X : \ x' \underset{E}{\succ} x\},$$

$$x' \underset{E}{\succ} x \quad \Leftrightarrow \quad f(x', E) \geq f(x, E) \ \ \& \ \ f(x', E) \neq f(x, E),$$

This work was supported by the Republican Foundation of Fundamental Research of Belarus (project F11K-095).

References

[1] H. M. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments.* Oxford: Blackwell, 1991.

[2] A. Wald, *Statistical Decision Functions.* New York: Wiley, 1950.

[3] V. A. Emelichev, E. Girlich, Yu. V. Nikulin, D. P. Podkopaev, Stability and regularization of vector problems of integer linear programming. *Optimization* **51** (2002), No. 4, 645–676.

A Version of the Rearrangement Theorem

George Giorgobiani, Vaja Tarieladze

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: bachanabc@yahoo.com; vajatarieladze@yahoo.com

We say that a sequence $(x_k)_{k\in N}$ of elements of a topological vector space X *satisfies the* (σ,θ)-*condition*, if for any permutation $\sigma : N \to N$ there exists a sequence $\theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots)$ of "signs" $+1$ and -1 such that the series $\sum_{i=1}^{\infty} x_{\sigma(i)}\theta_i$ converges in X. Validity of the following *rearrangement theorem*was noticed in [1].

Theorem 1. *Let $0 < p \le 1$ and (x_n) be a sequence of elements of a p-normed space X, which satisfies the (σ,θ)-condition, $s \in X$ be an element such that some subsequence of the sequence $(\sum_{k=1}^{n} x_k)$ converges in X to s. Then there exists a permutation $\sigma : N \to N$ such that the sequence $(\sum_{k=1}^{n} x_{\sigma(k)})$ converges in X to s.*

The similar result remains true for general metrizable locally convex spaces [2].

We plan to discuss the following refinement of Theorem 1 in case of a normed space.

Theorem 2. *Let (x_n) be a sequence of elements of a normed space X, which satisfies the (σ,θ)-condition, $s \in X$ be an element such that some subsequence of the sequence $(\sum_{k=1}^{n} x_k)$* **converges in the weak topology** *of X to s. Then there exists a permutation $\sigma : N \to N$ such that the sequence $(\sum_{k=1}^{n} x_{\sigma(k)})$* **converges in** *$X$ to s.*

The last theorem implies the following statement.

Corollary 3. *Let (x_n) be a sequence of elements of a Hilbert space X for which $\sum_{k=1}^{\infty} \|x_k\|^2 < \infty$, $s \in X$ be an element such that some subsequence of the sequence $(\sum_{k=1}^{n} x_k)$* **converges in the weak topology** *of X to s. Then there exists a permutation $\sigma : N \to N$ such that the sequence $(\sum_{k=1}^{n} x_{\sigma(k)})$* **converges in** *$X$ to s.*

This corollary strengthens the following assertion proved in [3] in incorrect way.

Corollary 3. *Let (x_n) be a sequence of elements of a Hilbert space X for which $\sum_{k=1}^{\infty} \|x_k\|^2 < \infty$, $s \in X$ be an element such that some subsequence of the sequence*

$(\sum_{k=1}^{n} x_k)$ **converges in the weak topology** *of* X *to* s. *Then there exists a permutation* $\sigma : N \to N$ *such that the sequence* $(\sum_{k=1}^{n} x_{\sigma(k)})$ **converges in the weak topology** *of* X *to* s.

The work was partially supported by grants: EC FP7, INCO-2010-6, no. 266155 (the first author) and GNSF/ST09_99_3-104 (the second author).

References

[1] G. Giorgobiani, The structure of the set of sums of a conditionally convergent series in a p-normed space. *Bull. Acad. Sci. Georgian SSR* **130** (1988), No. 3, 481–484.

[2] M.-J. Chasco and S. Chobanyan, On rearrangements of series in locally convex spaces. *Michigan Math. J.* **44** (1997), No. 3, 607–617.

[3] B. K. Lahiri and S. K. Bhattacharya, A note on rearrangements of series. *Math. Student* **64** (1995), No. 1-4, 141–145 (1996).

ფინანსური რისკის მართვის ზოგიერთი მეთოდი

თემურ კოკობინაძე

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი
ბათუმი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: temur59@mailru.com

ნაშრომში აღწერილია ფინანსური ოპერაციებისა და რისკის სახეები, რისკის წარმოქმნის ფაქტორები.

განხილულია ფინანსური მათემატიკის შემდეგი მნიშვნელოვანი ამოცანები: მინიმალური რისკის მქონე ფინანსური პორტფელის აგება, რომელიც უზრუნველყოფს შემოსავლიანობის ფიქსირებულ მნიშვნელობას; მაქსიმალური შემოსავლიანობის მქონე ფინანსური პორტფელის აგება, რომლის რისკი არ აღემატება ფიქსირებულ დადებით მნიშვნელობას; სრული და ნაწილობრივი განუსაზღვრელობის პირობებში ფინანსური ოპერაციის განხორციელების ოპტიმალური ვარიანტის არჩევა; ფორვარდული და ფიუჩერსული კონტრაქტების, ოპციონებისა და სვოპების გამოყენება მოვლენების არახელსაყრელი განვითარებისაგან დაზღვევის მიზნით და მოვლენების ხელსაყრელი განვითარების შემთხვევაში მოგების მიღების მიზნით; ფინანსური ბაზრების ანალიზის საფუძველზე ფინანსური პროცესის ადეკვატური მოდელის აგება, მისი გამოყენებით ფინანსური ინსტრუმენტების შეფასებების გამოთვლა და ფინანსური ოპერაციის შედეგების პროგნოზირება.

The Notion of Subgaussian Random Element in Banach Spaces

Vakhtang Kvaratskhelia, Vaja Tarieladze, Nicholas Vakhania

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: v_kvaratskhelia@yahoo.com; vajatarieladze@yahoo.com; nikovakhania@yahoo.com

Following [1] we call a real valued random variable ζ *Subgaussian* if for some a, $0 \leq a < \infty$, and for any real number t the following inequality holds: $\mathbf{E}\, e^{t\zeta} \leq e^{\frac{a^2 t^2}{2}}$.

In [2] a random element ξ with values in a Banach space X is called Subgaussian (or T-*Subgaussian*) if there exists a Gaussian covariance $R : X^* \to X$ such that $\mathbf{E}\, e^{\langle x^*, \xi\rangle} \leq e^{\frac{1}{2}\langle Rx^*, x^*\rangle}$ for all $x^* \in X^*$. In [3] a random element ξ with values in a Banach space X is called a Subgaussian (F-*Subgaussian*), if there exists a number $C > 0$ such that $\mathbf{E}\, e^{\langle Rx^*, x^*\rangle} \leq e^{\frac{C^2}{2}\langle R_\xi x^*, x^*\rangle}$ for all $x^* \in X^*$, where R_ξ is the covariance operator of ξ. In [4] a random element ξ with values in a Banach space X is called *weakly Subgaussian* if for any continuous linear functional $x^* \in X^*$ the random variable $\langle x^*, \xi\rangle$ is Subgaussian one. In the finite dimensional Banach spaces the concepts of the weak, T- and F-subgaussianity coincide. In an infinite dimensional case there are examples of a.s. bounded centered random elements which are neither T-Subgaussian, nor F-Subgaussian.

We will discuss the following result, which clarifies the relation between T- and F-subgaussianity in Banach spaces.

Theorem. *For a Banach space X with an unconditional basis the following statements are equivalent:*

(i) *X does not contain l_∞^n's uniformly.*

(ii) *Any F-Subgaussian random element with values in X is T-Subgaussian.*

The work was supported by grant GNSF/ST09_99_3-104.

References

[1] J. P. Kahane, Propriétés locales des fonctions à séries de Fourier aleatoires. *Studia Math.* **19** (1960), 1–25.

[2] M. Talagrand, Regularity of gaussian processes. *Acta Math.* **159** (1987), No. 1-2, 99–149.

[3] R. Fukuda, Exponential integrability of sub-Gaussian vectors. *Probab. Theory Related Fields* **85** (1990), No. 4, 505–521.

[4] N. Vakhania, On subgaussian random vectors in normed spaces. *Bull. Georgian Acad. Sci.* **163** (2001), No. 1, 8–11.

On the Ornstein–Uhlenbeck Process in the Banach Space

Badri Mamporia

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: badrimamporia@yahoo.com

The Ornstein–Uhlenbeck process in a Banach space is considered as a solution of the linear stochastic differential equation.

About Testing Hypotheses for Bernoulli Regression Function Regression

Elizbar Nadaraya, Petre Babilua, Grigol Sokhadze

I. Javakhishvili Tbilisi State University,

Faculty of Exact an Natural Sciences, Department of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: elizbar.nadaraya@tsu.ge; petre.babilua@tsu.ge; grigol.sokhadze@tsu.ge

Let a random variable Y takes two values 1 and 0 with probabilities p (“success”) and $1-p$ (“failure”). i.e. $p=p(x)=P\{Y=1|\ x\}$, $x\in[0,1]$. Let x_i, $i=1,\dots,n$, be the division points of the interval $[0,1]$ which are chosen from the relation

$$H(x_i)=\int\limits_0^{x_i} h(u)\,du=\frac{2i-1}{2n}\,,\ \ i=1,\dots,n,$$

where $h(x)$ is the known positive distribution density on $[0,1]$. Let further Y_i, $i=1,\dots,n$, be independent Bernoulli random variables with $P\{Y_i=1|\ x_i\}=p(x_i)$, $P\{Y_i=0|\ x\}=$

$1-p(x_i)$. The problem consists in estimating the function $p(x)$, $x \in [0,1]$, by the sampling $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$. Such problems arise in particular in biology, in corrosion studies and so on.

As an estimate for $p(x)$ we consider a statistic of the form

$$\widehat{p}_n(x) = p_{1n}(x)p_{2n}^{-1}(x), \quad p_{\nu n}(x) = \frac{1}{nb_n}\sum_{i=1}^{n} h^{-1}(x_i)K\Big(\frac{x-x_i}{b_n}\Big)Y_i^{2-\nu}, \quad \nu = 1,2,$$

where $K(x) \geq 0$ is some distribution density (kernel), $K(x) = K(-x)$, $K(x) = 0$ when $|x| \geq \tau > 0$, $\{b_n\}$ is a sequence of positive numbers converging to zero, $p \in C^2[0,1]$.

Denote $T_n = nb_n \int\limits_{\Omega_n(\tau)} \big[\widehat{p}_n(x) - p(x)\big]^2 p_{2n}^2(x)\,dx$, $\Omega_n = [\tau b_n, 1-\tau b_n]$.

We fond the limiting distribution of the statistic T_n.

Theorem. If $nb_n^2 \to \infty$ and $nb_n^4 \to 0$ than

$$b_n^{-1/2}\,\frac{T_n - \Delta(p)}{\sigma(p)} \xrightarrow{d} N(0,1),$$

Where $\Delta(p) = \int\limits_0^1 p(x)(1-p(x))\,dx \int\limits_{|x|\leq\tau} K^2(x)\,dx$, $\sigma^2(p) = 2\int\limits_0^1 p^2(x)(1-p(x))^2\,dx \int\limits_{|x|\leq 2\tau} K_0^2(x)\,dx$, $K_0 = K * K$.

The conditions of the theorem gives us construction for goodness-of-fit tests based on T_n with level α, $0 < \alpha < 1$ for cheking hypothesis $H_0:\ p(x) = p_0(x)$, $x \in \Omega_n(\tau)$. Critical region can be find from the inequality $T_n \geq q_n(\alpha)$.

Where $q_n(\alpha) = \Delta(P_0) + \lambda_\alpha\sqrt{b_n}\,\sigma(P_0)$, $\Phi(\lambda_\alpha) = 1-\alpha$.

This goodness-of-fit is consistency and its power tends to 1 against any alternative.

A Test for Being Gaussian

Mzevinar Pacacia[1], Vaja Tarieladze[2]

[1] Sokhumi State University, Tbilisi, Georgia

[2] Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: mzevip54@mail.ru; vajatarieladze@yahoo.com

The real random variables ξ_1, ξ_2 are called *jointly Gaussian* if **for every** $(t_1, t_2) \in \mathbf{R}^2$ the linear combination $t_1\xi_1 + t_2\xi_2$ is a (possibly degenerated) Gaussian random variable. We call a non-empty set $T \subset \mathbf{R}^2$ a *Gaussianity test set*, for short, a *GT-set*, if a pair of real random variables ξ_1, ξ_2 is jointly Gaussian whenever for every $(t_1, t_2) \in T$ the linear combination $t_1\xi_1 + t_2\xi_2$ is a (possibly degenerated) Gaussian random variable.

Write

$$\mathbf{S}_1 := \{(t_1, t_2) \in \mathbf{R}^2 : t_1^2 + t_2^2 = 1\} .$$

We plan to discuss a proof of the following theorem based on [1] and [2]:

Theorem. *For a non-empty set $T \subset \mathbf{S}_1$ the following statements are equivalent:*

(i) *T is a GT-set.*

(ii) *T is an infinite set.*

References

[1] G. G. Hamedani and M. M. Tata, On the determination of the bivariate Normal Distribution from the distributions of Linear Combinations of the Variables. *Amer. Math. Monthly* **82** (1975), No. 9, 913–915.

[2] Yongzhao Shao and Ming Zhou, A characterization of multivariate normality through univariate projections. *J. Multivariate Anal.* **101** (2010), 2637–2640.

Cramer–Rao inequality in the Hilbert space

Omar Purtukhia, Grigol Sokhadze, Zaza Khechinashvili

I. Javakhishvili Tbilisi State University, Department of Probability and Statistics
Tbilisi, Georgia

email: o.purtukhia@gmail.com; giasokhi1@i.ua; khechinashvili@gmail.com

Let $\{\Omega, \mathscr{F}, P\}$ be the complete probability space and $X = X(\omega, \theta)$ is the random element with values in real separable Hilbert space E. Here $\theta \in \Theta \subset \Xi$ and Ξ is real separable Banach space with the norm $\|\cdot\|_\Xi$. If the random elements $X_1, X_2, \dots, X_n$ are the i.i.d. realizations of X, then $(\aleph, \Re, (P(\theta, \cdot), \theta \in \Theta))$ is the sequence of statistical structures, where $\aleph = E^n, n = 1, 2, \dots, n$ is the Hilbert space generated by the sequence of random variables $X_1, X_2, \dots, X_n$, $\Re$ is the σ-algebra generated by observable sets, $\{P(\theta, \cdot), \theta \in \Theta\}$ is the system of probability measures generated by vector $Y = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ and $P(\theta, A) = P(Y^{-1}(A)), A \in \Re$.

Let $z(x) : \aleph \to \aleph$ be the vector field with $sup_{x\in\Re}\|z'(x)\| < \infty$. Suppose, that measure $P(\theta, \cdot)$ is differentiable along of vector field $z(x)$ and has logarithmic derivative along of vector field $z(x) : \beta_\theta(z, x)$. For any fixed $A \in \Re$ and vector $\vartheta \in \aleph$ consider derivative of function $\tau(\theta) = P(\theta, A)$ at the point θ along of ϑ. Denote this derivative as

$d_\theta P(\theta, A)\vartheta$. For fixed θ and ϑ the derivative $d_\theta P(\theta, A)\vartheta$ is a signed measure. Easy to see that $d_\theta P(\theta, \cdot)\vartheta \ll P(\theta, \cdot)$ and using Radon-Nicodym theorem there is the density $l_\theta(x, \vartheta)$.

Assumption 1. $X(\theta) = X(\theta, \omega) : \Theta \times \Omega \to \aleph$ and the derivative $X'(\theta)$ by θ along of $\vartheta \in \Xi_0$ exists, where $\Xi_0 \subset \Xi$ is subset of Ξ. This derivative represents the linear mapping $\Xi \to \aleph$ for each $\theta \in \Theta$. Moreover for any $\vartheta \in \Xi_0$ and $\theta \in \Theta$ we have $\|X'(\theta)\|_\aleph \in L^2(\Omega, P)$.

Assumption 2. $E\{X'(\theta)\vartheta | X(\theta) = x\}$ is strongly continuous function of x for any $\vartheta \in \Xi_0$, $\theta \in \Theta$.

Assumption 3. The family of measures $P(\theta, \cdot), \theta \in \Theta$ possess a logarithmic derivative by parameter along of constant directions from tight in Ξ subspace $\Xi_0 \subset \Xi$ and $l_\theta(x, \vartheta) \in L_2(\aleph, P(\theta))$, $\vartheta \in \Xi_0$, $\theta \in \Theta$.

Assumption 4. The family of measures $P(\theta, \cdot), \theta \in \Theta$ possess logarithmic derivative along of constant directions from tight in $\aleph$ subspace $\aleph_0 \subset \aleph$ and $\beta_\theta(x, h) \in L_2(\aleph, P(\theta))$, $h \in \aleph_0$, $\theta \in \Theta$.

Assumption 5. For the statistics $T = T(x) : \aleph \to R$ the following equality is true

$$d_\vartheta \int_{\Re} T(x) P(\theta, dx) = \int_{\Re} T(x) d_\vartheta P(\theta, dx).$$

Theorem (Cramer-Rao inequality). *Let $g(\theta) = E_\theta T(x)$. If the regularity assumptions 1.- 5. are satisfied then*

1. $l_\theta(x, \vartheta) = -\beta_\theta(x, K_{\theta,\vartheta}(x))$, *where* $K_{\theta,\vartheta}(x) = E\left\{\frac{d}{d\theta} X(\theta)\vartheta | X(\theta) = x\right\}$;
2. $VarT(x) \geq \dfrac{(g'_\vartheta(\theta))^2}{E_\theta l_\theta^2(X, \vartheta)}$.

Multiplicators for WLLN

Alexander Shangua, Vaja Tarieladze

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

e-mail: sashashangua@hotmail.com; vajatarieladze@yahoo.com

We plan to discuss the following theorem:

Theorem. *Let (ξ_n) be a i.i.d symmetric random variables. Consider the statements:*

(i) *The sequence* $\left(\frac{\sum_{k=1}^n \xi_k}{n}\right)$ *is bounded in probability.*

(ii) $\sup_n nP[\xi_1| > n] < \infty$.

(iii) *For every sequence of real numbers (α_n) for which the sequence $\left(\frac{\sum_{k=1}^n |\alpha_k|}{n}\right)$ converges to zero, the sequence $\left(\frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \xi_k}{n}\right)$ converges to zero in probability.*

(iv) For every sequence of real numbers (α_n) *for which* $\lim_n \alpha_n = 0$*, the sequence* $\left(\frac{\sum_{k=1}^{n} \alpha_k \xi_k}{n}\right)$ *converges to zero in probability.*

Then $(i) \Longleftrightarrow (ii) \Longrightarrow (iii) \Longrightarrow (iv)$.

The equivalence $(i) \Longleftrightarrow (ii)$ is known and it dues in fact to A. Kolmogorov.

In general, (ii) may not imply that for every sequence of real numbers (α_n) for which $\lim_n \alpha_n = 0$, the sequence $\left(\frac{\sum_{k=1}^{n} \alpha_k \xi_k}{n}\right)$ converges to zero *almost surely.*

Applied Logic and Programming

გამოყენებითი ლოგიკა და პროგრამირება

Haskell რეკურსიული ფუნქციების ანალიზატორი

ნათელა არჩვაძე

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: natela.archvadze@tsu.ge, natarchvadze@yahoo.com

პროგრამული უზრუნველყოფის მაღალი ხარისხის მიღწევა კვლავ რჩება აქტუალურ სამეცნიერო და ტექნიკურ პრობლემად. ამ პრობლემის გადაწყვეტაში დიდ როლს თამაშობს პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

განვიხილოთ ვერიფიკაცია Model Checking-ის მეთოდოლოგიის გამოყენებით. ამ მეთოდოლოგიის მიხედვით ვერიფიკაცია მდგომარეობს შემდეგში: ფორმალურად შემოწმდეს ფორმალური მოთხოვნები პროგრამული სისტემის მოქმედებების შესახებ, რომლებიც ფორმალური მოდელის სახითაა წარმოდგენილი. ვაჩვენოთ, რომ ფუნქციონალური პროგრამების ვერიფიკაცია შეიძლება განხორციელდეს ამ მეთოდოლოგიით, თუ გამოვიყენებთ სიებს, ნაცვლად მდგომარეობებისა, რომელიც არ არსებობს ფუნქციონალურ ენებში. კონკრეტულად, გამოვიყენოთ Model Checking–ის მეთოდოლოგია კუდისებრივი რეკურსიული ფუნქციების ვერიფიკაციისთვის, რომლებიც ფუნქციონალურ ენა Haskell-ზეა ჩაწერილი.

Haskell–ზე კუდისებრი რეკურსიული ფუნქციები შეიძლება წარმოდგეს შაბლონის საშუალებით, რომელსაც აქვს სახე:

```
f [ ] = g1 [ ]                                  (1)
f (x : xs) = g2(g3 x)(g4(f( g5 xs ))),
```

სადაც g1, g2, g3, g4 და g5 ფუნქციები წარმოადგენს იმ ფუნციებს, რომლებიც დამოკიდებულია ამოცანის მიზნებზე: g1 არის ფუნქცია ცარიელი სიის დასამუშავებლად (იგი აუცილებელია რეკურსიული ფუნქციის განსაზღვრისას), g2 არის ფუნქცია, რომელიც აერთიანებს სიის თავისა და კუდის დამუშავების შედეგებს, g3 არის ფუნქცია, რომელიც ამუშავებს სიის თავს, g4 ფუნქცია ამუშავებს სიის კუდისთვის რეკურსიულ გამოძახებას, ხოლო g5 არის ფუნქცია, რომელიც ამუშავებს არაცარიელი სიის კუდს რეკურსიულ გამოძახებამდე.

შეიქმნა პროგრამა–ანალიზატორი (რეალიზებულია Visual Studio 2010, C#-ზე), რომელსაც შესასვლელზე გადაეცემა ტექსტური ფაილი–მოცემული ფუნქციის განსაზღვრის ტექსტი Haskell–ზე. გამოყენებულია Haskell–ის სტანდარტული მოდულის Prelude–ის რეკურსიული ფუნქციების პოსტფიქსური ჩანაწერები. პროგრამა ფუნქციების განმარტების ტექსტს შეადარებს (1) შაბლონს, შედეგად კი დააბრუნებს g1,g2,g3,g4 და g5 ფუნქციების კონკრეტულ მნიშვნელობებს.

[1]–ში მოცემულია (1) შაბლონის სისწორის დამტკიცება სტრუქტურული ინდუქციის მეთოდი გამოყენებით.

ამრიგად, ნებისმიერი Haskell–ფუნქცია, რომლის განმარტებაც შესაძლოა კუდისებრი რეკურსიის გამოყენებით, პროგრამა–ანალიზატორის გამოყენებით გადადის შაბლონზე. შაბლონის სისწორე უკვე დამტკიცებულია, რითაც მტკიცდება მოცემული ფუნქციის სისწორეც.

ლიტერატურა

[1] N. Archvadze and M. Nizharadze, Typical Template Verification for List Editing In Haskell Language. ISSN 1512-3979. pp. 170–172.

Measurability Properties of Sets and Functions in Light of Additional Set-Theoretical Axioms

Mariam Beriashvili

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University
Ph.D. Student of Mathematics

Tbilisi, Georgia

email: mariam_beriashvili@hotmail.com

Among the standard axioms of set theory, the Axiom of Choice (AC) is a powerful set-theoretical assertion which implies many extraordinary and interesting consequences (see, for instance, [1], [2]). Moreover, further additional set-theoretical axioms (e.g. the Continuum Hypothesis (CH), Martin's axiom (MA), the existence of large cardinals, and others) allow to obtain new deep results in real analysis and measure theory (see e.g. [3], [4], [5]).

We consider a modified version of the concept of measurability of sets and functions, and analyze this version from the point of view of additional set-theoretical axioms. The main feature of such an approach is that the measurability is treated not only with respect to a concrete given measure, but also with respect to various classes of measures. So, for a class M of measures, the measurability of sets and functions has the following three aspects: absolute measurability with respect to M; relative measurability with respect to M; absolute non-measurability with respect to M. With the aid of additional set theoretical axioms, we specify the above-mentioned aspects of measurability. In particular, it is shown that:

(a) Bernstein sets can be characterized as absolutely non-measurable sets with respect to a certain natural class M_0 of measures (recall that the existence of Bernstein sets is relied on AC);

(b) Sierpinski sets can be characterized as hereditarily non-measurable sets (recall that the existence of Sierpinski sets needs CH);

(c) under MA, there exist absolutely non-measurable functions with respect to the class of all nonzero sigma-finite diffused measures.

It is also investigated how the classes of absolutely measurable, relatively measurable and absolutely non-measurable functions (with respect to a fixed class M of measures) behave under action of standard operations, such as composition, addition, multiplication, limit operation, and so on.

References

[1] H. Herrlich, *The Axiom of Choice.* Springer-Verlag, Berlin, 2006.

[2] F. A. Medvedev, *The Early History of the Axiom of Choice.* Moscow, Nauka, 1982 (in Russian).

[3] J. C. Oxtoby, *Measure and Category.* Springer-Verlag, New York, 1971.

[4] K. Ciesielski, Set theoretic real analysis. *J. Appl. Anal.* **3** (1997), No. 2, 143–190.

[5] A. B. Kharazishvili, *Nonmeasurable Sets and Functions.* Elsevier, Amsterdam, 2004.

ფორმულის ხის სახით წარმომდგენი პროგრამა

გელა ჭანკვეტაძე

ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: gelachan@hotmail.com

პროგრამა ამოწმებს ფორმულის სინტაქსურ სისწორეს. შემდეგ პოულობს მთავარ ოპერანდს ეს იქნება $\neg$ (უარყოფა), $\wedge$ (კონიუნქცია), $\vee$ (დიზიუნქცია), $\rightarrow$ (იმპლიკაცია), $=$ (ტოლობა) და $\leftrightarrow$ (ეკვივალენცია) იგი მოექცევა ხის თავში. $\neg$-ის შემთხვევაში ხე გაგრძელდება 1 ტოტით, ხოლო ყველა დანარჩენის შემთხვევაში ხე გაგრძელდება 2 ტოტით, რადგან ადგილიანობის მიხედვით უარყოფა ერთადგილიანია, ხოლო ყველა დანარჩენი ორადგილიანი.

ასე გაგრძელდება სანამ ყველა ოპერანდი არ გარდაიქმნება ხედ. ყოველ ტოტზე კურსორის დადებით პროგრამა თვალსჩინოებისთვის აღადგენს ფორმულის შესაბამის ნაწილს [1].

ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს სამეცნიერო ფონდის გრანტის (D/16/4-120/11) ფარგლებში.

ლიტერატურა

[1] Ivan Bratko, PROLOG Programming for Artificial Intelligence. Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1986.

Constraint Logic Programming for Hedges and Context

Besik Dundua[1], Temur Kutsia[2]

[1] VIAM, Tbilisi State University, Georgia
[2] RISC, Johannes Kepler University, Linz, Austria

email: bdundua@gmail.com; kutsia@risc.jku.at

Constraint Logic Programming (CLP) extends logic programming with capabilities of constraint solving and constraint satisfaction over a predefined domain. The domain we consider in this work is built from unranked trees. These are trees where different nodes with the same label can have different number of children. They attracted considerable attention in recent years because of their wide range of applications. They naturally model XML documents, program schemata, ambients, multithreaded recursive program configurations where the number of parallel processes is unbounded, variadic functions in various programming languages, etc. They are used in rewriting, knowledge representation, program analysis and transformation, just to name a few.

The elements of the domain that we consider are hedges (sequences of unranked trees) and contexts (unranked trees with a single hole). Contexts can be applied to trees such that the argument tree replaces the hole in the context. At this stage, We consider positive equational constraints over hedges and contexts in disjunctive normal form. In the constraints we permit four kinds of variables: tree variables for single trees, hedge variables for hedges, function variables for function symbols (labels in trees), and context variables for contexts. Hedge and context variables can be restricted to belong some regular hedge or regular context languages. In general, the algorithm is incomplete, which is natural, because constraints may have infinitely many solutions [3, 2] and we can not get completeness and termination at the same time. Even more, decidability of such constraints is an open problem (based on the similar open problem for context unification [4]). Therefore, we may have non-termination even if the solution set is finite.

Taking into account these difficulties, our goal was to design a constraint solving procedure, which is sound, terminates on all inputs, simplifies constraints and detects failure as much as possible, and returns a partially solved form. The resulting algorithm is embedded in the CLP scheme [1], resulting into the language CLP(HC): constraint logic programming for hedges and contexts. We study syntactic restrictions of constraints which guarantee completeness of the solving algorithm and restrictions on queries and clauses which lead to the generation of those restricted constraints.

Acknowledgments. This research has been Supported by the Georgian Rustaveli National Science Foundation under the project DI/16/4-120/11: Constraint Logic Programming over Unranked Terms and Hedges with Description Operators.

References

[1] Joxan Jaffar and Michael J. Maher, Constraint logic programming: A survey. *J. Log. Program.*, 19/20:503–581, 1994.

[2] Temur Kutsia, Solving equations with sequence variables and sequence functions. *J. Symb. Comput.*, 42(3):352–388, 2007.

[3] Jordi Levy, Linear second-order unification. In *RTA*, pages 332–346, 1996.

[4] RTA list of open problems. Problem #90. Are context unification and linear second order unification decidable?
http://rtaloop.mancoosi.univ-paris-diderot.fr/problems/90.html.

The Logical Computer Game for Pupils to Study English on the Basis of the Algorithm of Solving the Bin Packing Problem

Genadi Fedulov, Lali Tibua, Tamaz Dzagania, Konstantine Babalian, Nugzar Iashvili

I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University
Tbilisi, Georgia

email: lali.tibua@viam.sci.tsu.ge; nugzar.iashvili@rambler.ru

During the years of work on the issues of packaging containers, it became clear that the results can be used to create intelligent computer games. The purpose of the computer game is packing into containers of single letters or words in such a way that would get the word or sentence.

We present a Software Product "Intelligent Games" (part 4) for solving the One-Dimensional Bin Packing Problems. These games were developed with using Interactive Packing (part 3) of Software Product. Currently we have 12 games. Below we give the description for 6 games of 12.

Interactive Packing is intended to build solutions with the specified properties. Since our tool is able to find a solution for any sequence of items within each subset, user can specify his own sequence. Our tool helps user to build his own solution using the User-Specified Properties at every step. The interactive packing is performed in manual mode step-by-step. At each step a current position is a partial solution. Tool evaluates a current solution within a time interval, declared in "Response Time" field. Tool can give one of the following answers: "Packing is not possible", "Packing might exist", "Packing exists" and others. According to the response, re-packing might be done. There are no more than 40 weight buttons and 50 bin buttons on the computer screen. Each weight button represents a set of equal item sizes $w_i \circ k_i$. To observe other sets of weights a portion of $p(w)$ buttons should be loaded, $2 \leq p(w) \leq 40$. Each bin button represents one bin. To see the other bins a portion of buttons should be loaded, $2 \leq p(w) \leq 50$. Interactive Packing gives an opportunity to: view the weight and bin portions; redefine sizes of weight and bin portions; return to previous position and continue re-packing from this position; redefine "Response Time" (0,5 seconds by default) and so on.

We offer Intelligent Games that any man alive will enjoy. These games will be useful for children of any age to develop and improve their intelect: mental arithmetic, attention concentration, ability to estimate possibilities, case analysis, decision-making and so on. One can play within a given time limit or gambling as in a casino. Design of intelligent games is similar to the design of interactive packing.

სიმეტრიული დაშიფრვის ახალი, მოქნილი ალგორითმი ჰილის n-გრამული მეთოდის გამოყენებით

გიორგი იაშვილი

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო

საინფორმაციო-საკომუნიკაციო და კომპიუტერული ქსელების დაცვის აუცილებლობამ და კრიპტოანალიზის მეთოდების მზარდმა განვითარებამ განაპირობა იმის საჭიროება, რომ შეიქმნას ახალი ალგორითმები, რომლებიც დააკმაყოფილებენ თანამედროვე მოთხოვნებს და რა თქმა უნდა კრიპტომედეგნი იქნებიან სხვადასხვა შეტევების მიმართ.

ახალი ბლოკური შიფრების შექმნის აუცილებლობა გამოწვეულია აგრეთვე იმითაც, რომ ინფორმაციის დაცვის პრობლემის გადასაჭრელად კონკრეტულ გარემოში ხშირად მოითხოვება, რომ შიფრს გააჩნდეს გარკვეული დამატებითი თვისებები, რომლებიც საჭიროა პრობლემის სრულად და ეფექტურად გადაჭრისათვის. ასეთ შიფრებს მიეკუთვნებიან Tweakable Block Cipher (TBC) შიფრებიც. Tweakable არის სისტემის (ან პროგრამის) უნარი (თვისება) გადაეწყოს მოცემული კონკრეტული ამოცანის შესაბამისად. კრიპტოგრაფიაში ბლოკური შიფრების მიმართ ეს ტერმინი ნიშნავს, რომ ბლოკურ შიფრს აქვს უნარი ერთი და იგივე ღია ტექსტი ერთი და იგივე გასაღებით გადაიყვანოს სხვადასხვა შიფროტექსტში. ჩვენი ამ ტერმინის ქართულ შესატყვისად შესაძლებლად მივიჩნიეთ სიტყვა "მოქნილის" გამოყენება.

მოხსენებაში განხილულია სიმეტრიული დაშიფრვის ახალი, მოქნილი (tweakable) ალგორითმის აგების საკითხები ჰილის n-გრამული მეთოდის გამოყენებით.

ალგორითმიზაციისა და დაპროგრამების სწავლების ერთი კონცეფციის შესახებ

ქეთევან კუთხაშვილი

საქართველოს უნივერსიტეტის მათემატიკისა და ინფორმაციული ტექნოლოგიების სკოლა
თბილისი, საქართველო

email: kkutkhashvili@yahoo.com

კომპიუტერული ტექნიკის ფართოდ გავრცელებამ და გამოყენებამ ადამიანთა მოღვაწეობის ყველა სფეროში გამოიწვია ახალი დისციპლინის, ინფორმატიკის გაჩენა. თავდაპირველად ინფორმატიკა მოიაზრებოდა როგორცდამხმარე სფერო. მაგრამ შემდგომში შესაძლებელი გახდა მისი გაცილებით უფრო მრავალმხრივი გამოყენება. ინფორმატიკა გადაიქცა დამოუკიდებელ, საკმაოდ რთულ მეცნიერებად, რომელიც ძალიან სწრაფად ვითარდება და ფართოვდება უამრავი სხვადასხვა მიმართულებით. მაგრამ იგი ძირითადად, დაკავშირებულია ინფორმაციის შენახვის, დამუშავების და გადაცემის პროცესებთან კომპიუტერის საშუალებით.

დღესდღეობით დაპროგრამების მრავალი ენა არსებობს. მათი საშუალებით სხვადასხვა ტიპის ამოცანების ამოხსნა არის შესაძლებელი. მაგრამ დაპროგრამების ნებისმიერ ენაზე კარგი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნის საფუძველი ნებისმიერი პროფილის პროგრამისტისათვის არის ალგორითმიზაციის მთავარი პრინციპები, ვინაიდან ალგორითმიზაციის საფუძვლების ცოდნა ეხმარება სპეციალისტს უფრო სისტემურადმიუდგეს დასმულ ამოცანას, ტექნიკურად სწორად მოახდინოს გადასაწყვეტი პრობლემის ფორმულირება. ამავე დროს მნიშვნელოვანი როლი ენიჭება მონაცემთა წარმოდგენას და მათი დამუშავების მთელი პროცესის გათვალისწინებას.

ალგორითმიზაციის სწავლებაში იგულისხმება ისეთი ჩვევების გამომუშავება, რაც პროგრამისტს დაეხმარება, რომ მან შეძლოს თავისი ნააზრევის ფორმალიზება და შეძლოს აგებული ალგორითმის ანალიზი.

დაპროგრამება გულისხმობს აგებული ალგორითმის პრაქტიკულ რეალიზებას კომპიუტერზე დაპროგრამების რომელიმე ენის გამოყენებით. რა თქმა უნდა, ამ შემთხვევაში საჭიროა ამ კონკრეტული ენის კონსტრუქციების და მანქანაზე რეალიზების ტექნოლოგიების ცოდნა, რაცაგრეთვე უმნიშვნელოვანესი საკითხია. მაგრამ რომელი ენით უნდა დავიწყოთ, ან რა ძირითადი პრობლემებია, რაც დაპროგრამების პროცესში გვხვდება, როგორია დაპროგრამების უკეთესი სტილი და რაც მთავარია, რა უდევს საფუძვლად ყველა ფორმალურ ენას? ამ კითხვებზე მრავალი სხვდასხვა პასუხი არსებობს.

მთავარი ყურადღება ალგორითმიზაციის სწავლების დროს ექცევა შემავალი და გამომავალი პარამეტრების დადგენას, მათ სტრუქტურას, მანქანაში მათი წარმოდგენის ფორმებს და მათ ურთიერთკავშირს; ამონახსნის მიღების ოპტიმალური გზის პოვნას; ამოცანის თანმიმდევრული ამოხსნის დაგეგმვას და ანალიზს. შემოთავაზებულია და დასაბუთებულია ალგორითმების და დაპროგრამების პარალელური სწავლების ერთი კონკრეტული მიდგომა.

Formal Method of Service Oriented Functional Decomposition

Nikoloz Pachuashvili, Teimuraz Kiviladze

St. Andrew the First called Georgian University of the Patriarchy of Georgia, Faculty of Physics, Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi

email: nikoloz@hotmail.com

Service-orientation as a software design paradigm, emphases separating solution logic into different loosely coupled reusable and composable computing units - called services. Service reusability and composability are main design principles of service-orientation. Separated and centralized logic is easy to govern and reuse in different complex compositions. Separation of concerns leads to functional decomposition of large problem into smaller, related problems. Sometimes in practice, it is not easy to discover what are distinct concerns of complex problem and how big system could be represented as a composition of simple solutions. In this talk we will discuss one particular approach of concern identification. Using this approach, we are starting from conceptual description of concerns with predefined descriptors having lattice structure. We have defined algorithm which is used to discover similarities between different descriptions and identify new concept which corresponds to distinct concern of complex problem.

კვანტორების ელიმინაცია კვანტორებიან პროპოზიციულ ლუკაშევიჩის ლოგიკაში

ნიკოლოზ ფხაკაძე

ვენის ტექნიკური უნივერსიტეტი
ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: phnika@yahoo.com

ნაშრომში განსაზღვრულია, კვანტორებიანი ლუკაშევიჩის ლოგიკის მინიმალური გაფართოება რომელსაც აქვს კვანტორების ელიმინაციის თვისება. ამისათვის ლუკაშევიჩის ლოგიკა გავაფართოვეთ ნატურალურ რიცხვზე გაყოფის ყველა ოპერატორით და დავამტკიცეთ შედეგად მიღებული ლოგიკის სისრულე. ამის შემდეგ მაკნოუტონის თეორემის გამოყენებით განვსაზღვრეთ ლუკაშევიჩის ლოგიკის ჭეშმარიტული ფუნქციების ე.წ. მინიმაქსის წერტილები და ეს წერტილები გამოვსახეთ ნატურალურ რიცხვზე გაყოფის ყველა ოპერატორით გაფართოებული ლუკაშევიჩის ლოგიკის ენაში. მიღებული შედეგების შეჯამებით მივიღეთ რომ ნატურალურ რიცხვზე გაყოფის ყველა ოპერატორით გაფართოებულ

ლუკაშევიჩის ლოგიკას აქვს კვანტორების ელიმინაციის თვისება, აქედან გამომდინარე მინიმალური გაფართოება, რომელსაც ეს თვისება აქვს, არის ყველა მარტივ რიცხვზე გაყოფის ოპერატორით გაფართოებული ლუკაშევიჩის ლოგიკა. შედეგად: ნატურალურ (მარტივ) რიცხვზე გაყოფის ყველა ოპერატორით გაფართოებულ ლუკაშევიჩის ლოგიკა არის: სემანტიკურად სრული, ამოხსნადი და შესაბამისად რეკურსულად გადათვლადი.

e-დაყვანადობის თვისება ძლიერად ეფექტურად იმუნური სიმრავლეებისათვის

სოფო ფხაკაძე

საქართველოს საპატრიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსტეტი თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: pkhakadze.s@gmail.com

მოხსენებაში განხილულია საკითხები დაკავშირებული, რეკურსულად გადათვლადი სიმრავლეების იერარქიისათვის პოსტის მიერ შემოყვანილ დაყვანადობების ალგორითმულ ცნებებთან. კერძოდ, განხილულია ძლიერად ეფექტური იმუნურობის e-დაყვანადობის იერარქიულლულობის პრობლემა. დამტკიცებულია, რომ თუ a არის ძლიერად ეფექტურად იმუნური e-ხარისხი და a e-დაყვანადია b-ზე, მაშინ b-არის ძლიერად ეფექტურად იმუნური. მაშინ როცა ეფექტურად იმუნურობა და ძლიერად ეფექტურად იმუნურობა არ გრძელდება ზევით s-დაყვანადობის მიმართ.

ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს სამეცნიერო ფონდის გრანტის (D/16/4 – 120/11) მხარდაჭერით.

Logic of Natural Languages and Computational Linguistics

ბუნებრივი ენების ლოგიკა და გამოთვლითი ლინგვისტიკა

Designing and Implementing an HPSG-Based Formal Grammar for Georgian

Lasha Abzianidze

The Tilburg Center for Logic and Philosophy of Science,
Department of Philosophy, Tilburg University, Tilburg

email: L.Abzianidze@uvt.nl

In the abstract, I outline the results of my master thesis [1] which was accomplished during The European Masters Program in Language and Communication Technologies[1].

Due to the high demand for the systems capable of understanding human languages, many languages are studied from theoretical and computational points of view. Considering that Georgian is poorly studied for these purposes, designing a formal computational grammar for Georgian should be estimated as a highly important and necessary task.

The formal grammar of Georgian (GeoGram) is based on the Head-Driven Phrase Structure Grammar (HPSG) formalism [3]. The formalism was chosen due to its expressive power and mathematical foundation. GeoGram is implemented in TRALE [4] – expressive and faithful grammar implementation platform to "hand-written" HPSG theories. At the moment, GeoGram models morphology and syntax levels.

The syntax part covers: the verb complementation by nouns and pronouns (where verb complements are verbal arguments of [2] marked with logical cases); the pro-drop property (by distinguishing explicit and implicit verb complements); adjunction of the noun by quantifiers and adjectives (based on the logical declination of [2]); adjunction and complementation of the noun by possesive phrases which causes several syntactic readings (it is one of the original contributions of [1]); nominalized quantifiers and adjectives.

The morphology is modeled by lexical rules for nominals (pluralization, logical declension, possessivization and nominalization rules) and verbal polypersonal conjugation (organized in three main conjugation paradigms). They employ lexemes from the lexicon.

Further details on GeoGram can can be found at the following url:
`http://sites.google.com/site/lashabzianidze/thesis`

References

[1] L. Abzianidze, *An HPSG-based formal grammar of a core fragment of Georgian implemented in* TRALE, Master Thesis, Charles University in Prague, 2011.

[2] K. Pkhakadze, *About Logical Declination and Lingual Relations in Georgian*, Journal of Georgian Language and Logic, pp. 19-77, 2005.

[3] C. Pollard, I. A. Sag, *Head-Driven Phrase Structure Grammar*, 1994.

[4] G. Penn, M.H. Abdolhosseini, *The Attribute Logic Engine with TRALE extensions*, User's Guide, 2003.

[1] I thank Erasmus Mundus for its financial support during the program.

Natural Language Generation of Tense and Aspect in a Narrative Context

DAAN HENSELMANS

European Masters Program in Language and Communication Technologies,
Department of Intelligent Computer Systems, University of Malta,
Department of Computational Linguistics and Phonetics, Saarland University, Germany

email: drhenselmans@gmail.com

This abstract shortly describes my forthcoming master's thesis, in the area of natural language generation (NLG). It aims to use a machine learning (ML) approach to generate tense and aspect in English narratives.

The TIMEBANK corpus was developed as a means to use ML to extract temporal relations from textual resources [2]. It consists of newspaper articles annotated with time line information denoting events and times described in the text, and the temporal relations between them [1]. Temporal relations have been statistically inferred from narrative texts with an accuracy as high as 93% [3].

The same corpus can be used for generation, by predicting the tense and aspect that is most likely to be used given certain temporal data. NLG systems are used to generate textual representations of formal data, such as weather reports from meteorological measurements [4]. A generation model of tense and aspect would mark a small step toward automated generation of newspaper-like texts from formal temporal data.

To accomplish NLG of tense and aspect, I am using ML methods on the information provided by the TIMEBANK corpus. Given an event which needs to be expressed textually using a certain verb stem, this allows prediction of the fully temporally inflected form. Some factors which play a part in this are the Vendlerian aspectual class of the verb, the relation the time of the event has to the current time, and the temporal relations an event has with respect to other events in the text. The thesis will be available August 2012.

References

[1] J. F. Allen, Maintaining knowledge about temporal intervals, *Artificial Intelligence and Language Processing* **26** (11), 1983.

[2] D. Day, L. Ferro, R. Gaizauskas, P. Hanks, M. Lazo, J. Pustejovsky, R. Sauri, A. See, A. Setzer, and B. Sundheim, The TIMEBANK Corpus, *Corpus Linguistics*, 2003.

[3] I. Mani, B. Wellner, M. Verhagen, C. M. Lee, and J. Pustejovsky, Machine learning of temporal relations, In *Proceedings of the 44th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics*, 2006.

[4] E. Reiter, Natural Language Generation, In A. Clark, C. Fox, and S. Lappin (Eds.), *Handbook of computational linguistics and natural language processing*, John Wiley & Sons, 2006.

About the Contracting Symbols in Georgian and in Some Other Languages

Aleksandre Maskharashvili

European MSc in Human Language Science and Technology,
Department of Intelligent Computer Systems,
Institute of Linguistics, University of Malta, Msida

email: alexandermaskharashvili@gmail.com

In this abstract, we will shortly present the results and approaches which are being developed in my master thesis[1]. In this study we deal with some type of contracting symbols, which exist in languages and which are expressed by some linguistic phenomena.

Broadly speaking, a contacting symbol of in a given natural language contracts the mathematical expression of that mathematical system which naturally underlies this natural language in humans. The problem of dealing with contracting symbols in formal languages was encountered by N. Bourbaki [1]. In response to this problem, Sh. Pkhakadze in his monograph Notation Theory [2] developed the theory which allows one to make conservative extension of any Sufficiently General mathematical language and theory by adding it different type contracting symbols in a formally justified, proved way.

In [3] and [4] K. Pkhakadze having Notation theory as a mathematical basement described the core part of Georgian as a mathematical theory. In result, in [5], we declared as a thesis that *natural conscious Georgian language is a result of formal extension of the Primary Mathematical Language*. The current work has high value not only from logic of natural languages but also computational linguistics point of view, as the theory developed in it has been already used in our translator system, logical task solver, spell-checker.

References

[1] N. Bourbaki, *Eléments de Mathématique - Théorie des ensembles*, Hermann, Paris, 1970.

[1] "About the Contracting Symbols in Georgian and in Some Other Languages And Their Applications" is being accomplished by me within the Erasmus Mundus European Masters Program in Language and Communication Technologies (LCT), in the University of Malta and the University of Nancy2.I am grateful to Erasmus Mundus for getting opportunity of writing this thesis.

[2] Sh. Pkhakadze, *Some problems of the notation theory*, Tbilisi University Press, Tbilisi, 1977 (in Russian).

[3] K. Pkhakadze, *Pre-verbal Semantic Unit, Problem of Personal Signs, Integral and Non-Integral Verbal Semantics and Incomplete or First Semantic Classification of Georgian Verbs*, "Main and Additional text-books in Contemporary Mathematical linguistics" N1, "Universali", 2004, pp.72–152 (In Georgian).

[4] K. Pkhakadze, *About Logical Declination and Lingual Relations in Georgian*, Journal "Georgian language and logic" N1, "Universali", 2005, 19–77 (in Georgian).

[5] K. Pkhakadze, A. Maskharashvili and L. Abzianidze, Georgian Language's Theses, *Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics REPORTS*, **34** (2008), 108–121.

ქართული შინაარსობრივად მკითხველ-მსმენელი სისტემა

კონსტანტინე ფხაკაძე, <u>გიორგი ჩიჩუა</u>

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ქართული ენის ტექნოლოგიების სასწავლო-სამეცნიერო ცენტრი, თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: gllc.ge@gmail.com

ქართული შინაარსობრივად მკითხველ-მსმენელი სისტემის აგების იდეა და, ასევე, ასეთი სისტემის აგების მეთოდები პირველადი სახით გამოიკვეთა 2003-2007 წლებში სახელმწიფო მიზნობრივი პროგრამის „კომპიუტერის სრული პროგრამულ-მომსახურეობითი მოქცევა ბუნებრივ ქართულ ენობრივ გარემოში“ ფარგლებში კ.ფხაკაძის ხელმძღვანელობით წარმოებული კვლევების შედეგად.

მოხსენებისას მიმოვიხილავთ შინაარსობრივად მკითხველ-მსმენელი სისტემის ამგებ მეთოდებს. კერძოდ, მიმოვიხილავთ წინა წლებში უკვე აგებულ ქართულ მრავალხმოვან მკითხველ [1] და ლექსიკურად შეზღუდული ქართული მეტყველების ამომცნობ [2] სისტემებს. ამასთან, ყურადღებას გავამახვილებთ ამ სისტემებთან სინტაქსური ანალიზატორის [3] ინტეგრირებით დაგეგმილი შინაარსობრივი კითხვის და სმენის მარეალიზებელი სისტემის ანუ შინაარსობრივად მკითხველ-მსმენელი სისტემის ამგებ მეთოდებზე.

ქართული მეტყველების წარმომქმნელი და ამომცნობი სისტემების შექმნაზე მუშაობა 1960-იანი წლებიდან მიმდინარეობს. მიუხედავად ამისა, ზემოხსენებული მეტყველების ამომცნობი სისტემა დღეს ერთადერთი ამ ტიპის სისტემაა ქართულისათვის, რაც ქართული ენის დაცვის და, შესაბამისად, მისი აუცილებელი ტექნოლოგიზების ეროვნული პასუხისმგებლობისა და აქ დღეს არსებული საერთო მსოფლიო სტანდარტების გათვალისწინებით ცალსახად უნდა შეფასდეს როგორც მეტად საგანგაშო ვითარება.

ლიტერატურა

[1] ფხაკაძე კ., ჩიჩუა გ., ბუნებრივი ქართული სამეტყველო ერთეულის ცნება და ქართული მრავალხმოვანი მკითხველი სისტემის ამგები მეთოდებისა და აგების მიზნების მიმოხილვა, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ქართული ენის ტექნოლოგიზების სასწავლო-სამეცნიერო ცენტრის შრომები, #1, 2011, გვ. 31-51;

[2] ფხაკაძე კ., ჩიჩუა გ., ვაშალომიძე ა., აბზიანიძე ლ., მასხარაშვილი ა., ჩიქვინიძე მ., გაბუნია კ., ქართული ენის და აზროვნების მათემატიკური თეორიის და ქართული ინტელექტუალური კომპიუტერული სისტემის შემუშავების მიზნები და ქართული ენის წინაშე მდგარ საფრთხეები, საქართველოს საპატრიარქოს წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, 2009, გვ. 1-24.

ქართული სინტაქსური ანალიზატორის წინასწარი ვერსია

კონსტანტინე ფხაკაძე, მერაბ ჩიქვინიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, ქართული ენის ტექნოლოგიების სასწავლო-სამეცნიერო ცენტრი, თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: gllc.ge@gmail.com

მოხსენებისას მიმოვიხილავთ 2011 წელს აგებული ქართული სინტაქსური ანალიზატორის წინასწარ ვერსიასა და მის ამგებ მეთოდებს. სისტემა, რომელიც ქართული რთული და მარტივი თხრობითი წინადადებებით აგებული ტექსტების სინტაქსური მართლწერის შემმოწმებელი ისტორიულად პირველი ექსპერიმენტული სისტემაა [2], აგებულია ქართული ენის რთული თხრობითი წინადადებების არასრული თეორიის საფუძველზე, რომელიც ქართული ენის მარტივი თხრობითი წინადადებების მათემატიკური თეორიის ნაწილობრივი გაფართოების შედეგია.

ქართული სინტაქსური მართლმწერის შექმნაზე მუშაობა 1960-იანი წლებიდან მიმდინარეობს. მიუხედავად ამისა, დღემდე, არსებობს ქართული სინტაქსური მართლმწერის მხოლოდ ის საცდელი სისტემები, რომლებიც კ.ფხაკაძის მარტივი თხრობითი წინადადებების მათემატიკური თეორიისა და ამ თეორიის სხვადასხვა გაფართოებების საფუძველზეა აგებული [2], [3]. ეს ცალსახად ადასტურებს ქართული ენის ამ ისტორიულად პირველი მათემატიკური თეორიის მაღალ პროდუქტულობას (ვარგისიანობას).

ამასთან, ქართული ენის დაცვის და, შესაბამისად, მისი აუცილებელი ტექნოლოგიზების ეროვნული პასუხისმგებლობისა და აქ დღეს არსებული საერთო მსოფლიო სტანდარტების გათვალისწინებით, ის, რომ ზემოაღნიშნული ანალიზატორი მარტივი და რთული წინადადებებით აგებული ტექსტების ჯერჯერობით ერთადერთი ქართული სინტაქსური მართლმწერია, ცალსახად უნდა შეფასდეს როგორც მეტად საგანგაშო ვითარება.

ლიტერატურა

[1] ფხაკაძე კ., ლოგიკური ბრუნებისა და ლინგვისტური მიმართებების საკითხისათვის ქართულში, საგანმანათლებლო-სამეცნირო ჟურნალი „ქართული ენა და ლოგიკა“, იანვარი-ივნისი (#1), „უნივერსალი”, 2005, გვ.19-77;

[2] ფხაკაძე კ., ჩიქვინიძე მ., ქართული მარტივი და რთული წინადადებების ლოგიკური სინტაქსისა და ქართული მართლმწერის ამგები მეთოდების და აგების მიზნების მიმოხილვა, სტუ ქართული ენის ტექნოლოგიზების სასწავლო-სამეცნეირო ცენტრის შრომები, #1, 2011, 52-92;

[3] L. Abzianidze, An HPSG-based Formal Grammar of a Core Fragment of Georgian Implemented in TRALE, Master Thesis, Charles University in Prague, 2011, pp. 1–124.

The Allophone Database of the Georgian Speech Synthesizer

Alexander Vashalomidze

Georgian Technical University, Center for Georgian Language Teqnology
Tbilisi, Georgia

email: alexander_vashalomidze@yahoo.com

The construction of allophonic base for the synthesizer of speech is hard and complex process. In another work the allophones were represented by the tri-phones, was determined the concept of the similarity of tri-phones and the classes of similarity.

Independently from concrete composition of classes always arises a question of selection of a representative for each class. The number of the variants of selection of representatives is astronomically large number; therefore it is necessary to determine the criteria of selection. The rule of selection of representatives for each class is presented in this work.

We select the representatives using, the so-called contextual matrices. For each unit of base, in our case for allophone, it is built a rectangular array (table). In the first line and in the first column of the table the symbols of Georgian alphabet are written. At the intersections is given the frequency of appearance of the corresponding tri-phone in a large corpus of the texts. This table (with the appropriate volume of corpus) is the invariant of language and it may be used in any tasks of processing the Georgian texts, including the task of the recognition of speech.

The rectangular minor of matrix, determined by the number field of the corresponding table, corresponds to each class of similarity. Tri-phone, which corresponds to the maximal element of minor (the mode), is the representative of class.

The described method of constructing of tables and selection of representatives does not depend on the selection of units and determining the classes.

For the contextual matrices the correlation matrix of contexts was built. Correlation matrix helps us to determine the groups of the contextual-correlated phonemes and to determine different contexts for them.

The concrete base of representatives is built.

Mathematical Modeling and Numerical Analysis

მათემატიკური მოდელირება და რიცხვითი ანალიზი

On a Numerical Solution of One Nonlocal Boundary Value Problem with Mixed Dirichlet–Neumann Conditions

Givi Berikelashvili[1,2], Nodar Khomeriki[2]

[1] A. Razmadze Mathematical Institute, I. Javakhishvili Tbilisi State University

[2] Department of Mathematics, Georgian Technical University

Tbilisi, Georgia

e-mail: berikela@yahoo.com

Let $\Omega=\{x=(x_1,x_2):\ 0<x_\alpha<l_\alpha,\ \alpha=1,2\}$ be the rectangle with boundary Γ; $\Gamma_{+1}=\{(l_1,x_2):\ 0<x_2<l_2\}$, $\Gamma_{+2}=\{(x_1,l_2):\ 0\le x_1\le l_2\}$.

Consider the mixed boundary value problem: find a function $u(x)$ such that

$$\Delta u=f(x)\ x\in\Omega, \tag{1}$$

$$u(x)=0,\ x\in\Gamma_{+2},\quad \frac{\partial u}{\partial x_1}=g(x_2),\ \ x\in\Gamma_{+1}, \tag{2}$$

$$\int_0^{l_1}u(x_1,x_2)\,dx_1=0,\ 0<x_2<l_2,\quad \int_0^{l_2}u(x_1,x_2)\,dx_2=0,\ \ 0<x_1<l_1. \tag{3}$$

We introduce the grid domains $\bar\omega_\alpha=\{x_\alpha=i_\alpha h_\alpha:\ \ i_\alpha=0,1,\dots,n_\alpha\ \ h_\alpha=l_\alpha/n_\alpha\}$, $\omega_\alpha=\bar\omega_\alpha\cap(0,l_\alpha)$, $\omega=\omega_1\times\omega_2$, $\gamma_{+1}=\{(l_1,x_2):\ x_2\in\omega_2\}$, $\gamma_{+2}=\{(x_1,l_2):\ x_1\in\bar\omega_1\}$.

Let $\hbar_\alpha=h_\alpha,\ x_\alpha\in\omega_\alpha;\quad \hbar_\alpha=h_\alpha/2,\ x_\alpha=0;\quad h=\max(h_1,h_2)$.

We approximate the problem (1)-(3) by the finite difference scheme:

$$y_{\bar x_1x_1}+y_{\bar x_2x_2}=T_1T_2f,\ \ x\in\omega, \tag{4}$$

$$-\frac{2}{h_1}y_{\bar x_1}+y_{\bar x_2x_2}=T_1^-T_2f-\frac{2}{h_1}T_2g,\ \ x\in\gamma_{+1}, \tag{5}$$

$$y=0,\ x\in\gamma_{+2},\quad \sum_{\bar\omega_1}\hbar_1y=0,\ \ x_2\in\omega_2,\quad \sum_{\bar\omega_2}\hbar_2y=0,\ \ x_1\in\bar\omega_1, \tag{6}$$

where $y_{\bar x_\alpha},\ y_{x_\alpha}$ denotes the backward and forward difference quotients, respectively in x_α direction and T_1,T_2,T_1^- are some averaging operators.

Theorem. *Let the solution of the nonlocal boundary value problem problem* (1)–(3) *belong to the space* $W_2^m(\Omega)$, $m>1$. *Then, the discretization error of the finite difference scheme* (4)–(6) *in the discrete* $W_2^1(\omega)$*-norm is determined by the estimate*

$$\|y-u\|_{W_2^1(\omega)}\le ch^{m-1}\|u\|_{W_2^m(\Omega)},\ \ m\in(1,3],$$

where the positive constant c *does not depend on* h *and* u.

About New Mathematical Model "Beast - Predator-Victim"

Temur Chilachava

Sokhumi State University

Department of Mathematics and Computer Science, the direction of mathematical models and computational methods

Tbilisi, Georgia

email: temo_chilachava@yahoo.com

In work the new nonlinear continuous mathematical model "beast - predator-victim" is presented. In model dynamics of three mutually antagonistic populations is considered. It is supposed that population of the victim eats vegetation and for it is fair or Malthus model (unlimited quantity of a food resource) or Pearl–Verhulst (limited quantity of a food resource). Population of predators eats only population of victims, and population of beast both population of victims and predators. The model is described by nonlinear system of the differential equations and initial data.

$$\begin{aligned}
\frac{dx(t)}{dt} &= ax(t) - a_1x^2(t) - bx(t)y(t) - cx(t)z(t),\\
\frac{dy(t)}{dt} &= -dy(t) + d_1x(t)y(t) - d_2y(t)z(t),\\
\frac{dz(t)}{dt} &= -d_3z(t) + d_4x(t)z(t) + d_5z(t)y(t).
\end{aligned}$$

$a, b, c, d, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 > 0$, $a_1 \geq 0$, $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$,$z(t_0) = z_0$, where $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ respectively number of victims, predators and beast at the moment of time t. In the absence of beast or predators, the model Lotka–Volterra of two resisting types turns out. In that specific case, (at certain ratios between model constants) integrated surfaces of system on which the ratio of quantity of predators with product of victims and beast, doesn't change that testifies to a certain balance between types in the Nature (fauna) are received.

Three Layer Factorized Difference Schemes for Solving the Systems of Differential Equations of Parabolic Type with Mixed Derivatives

Francisco Criado[1], Tinatin Davitashvili[2], Hamlet Meladze[3]

[1] Malaga University, Malaga, Spain
email: f_criado@uma.es

[2] I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
email: tinatin.davitashvili@tsu.ge

[3] St. Andrew the First Called Georgian University, Tbilisi, Georgia
email: h_meladze@hotmail.com

In this report the problem of construction of three-layer factorized scheme for solving of mixed problem with first order boundary conditions for systems of linear equations of parabolic type $B\,\dfrac{\partial u}{\partial t} = Lu + f$ is considered, where B is positively defined and symmetric matrix, L is strong elliptic operator with variable coefficients, containing the mixed derivatives, u and f are n-dimensional vectors.

Is constructed absolutely stable three-layer factorized scheme, whose solution requires no inversion of matrix B. Separately considered the case, when B is the unit matrix. In this case the absolutely stable three-layer factorized scheme is constructed.

For difference scheme the aprioristic estimation on layer in norm of mesh space $\overset{\circ}{W}{}_2^{(1)}$ is received, on which basis convergence of solution of the difference scheme to the solution of an initial problem is proved with the speed $O(\tau + h^2)$ and in the second case with the speed $O(\tau^2 + h^2)$, where τ - the step of time grid and h - the step of space grid.

The received algorithms can be effectively used for multiprocessing computing systems.

Mathematical Modeling of Leak Location in Compound Gas Pipeline Network

Teimuraz Davitashvili, Givi Gubelidze, David Gordeziani, Archil Papukashvili, Meri Sharikadze

Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: tedavitashvili@gmail.com; dgord37@hotmail.com; apapukashvili@rambler.ru; meri.sharikadze@viam.sci.tsu.ge

Analyses of a reliability of the main gas pipeline's exploitation has shown high probability of the main gas pipeline's some sections damage and gas leakage and as a result the gas pressure and expenditure alteration when non-stationary processes are in progress [1-3]. After some time gas leakage (under some conditions), it is possible establishment a new stationary state of gas movement in the pipelines has stationary character. That is way it is necessary to study as a non-stationary stage as well the stationary stage of gas movement in the pipelines having gas escape in the some sections of the main gas pipeline [1-2].

It is known analytical method of determination a large-scale gas escape location on the simple section of main gas pipeline [1], using data of the gas pressures and expenditure at the entrance and ending of the gas pipeline. But this method cannot be used for main gas pipelines with several sections and branches if previously would not be discovered the location of the section with gas escape. The method offered by us is devoid from this default.

So the problem can be formulated as follows: In the complex main gas pipeline with several branches and sections first of all the placement of the section having accidental gas escape is determined using minimal information (data of the gas pressures and expenditure at the main gas pipeline's entrance and ending points before and after gas escape) and then defined location of the accidental gas escape in the determined section of main pipeline.

In this article the above mentioned problem is studied.

References

[1] A. Bushkovsky, *Characteristic System of Distribution of Parameters*, Moscow, Nauka, 1979.

[2] T. Davitashvili, G. Gubelidze and I. Samkharadze, Leak Detection in Oil and Gas Transmission Pipelines, in Book "*Informational and Communication Technologies -*

Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili" Printer Nova, USA, 2011, pp. 134–139.

[3] T. Davitashvili, G. Gubelidze and I. Samkharadze, Prediction of Possible Points of Hydrates Origin in the Main Pipelines Under the Condition of Non-stationary Flow, *World Academy of Science, Engineering and Teqnology* **78** (2011), 1069–1074.

Solution of an Optimal Control Problem with Mathcad

David Devadze, Vakhtang Beridze

Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Computer Technology

Batumi, Georgia

email: david.devadze@gmail.com; vakhtangi@yahoo.com

Let the domain $\overline{G}$ be the rectangle, $\overline{G}=[0,1]\times[0,1]$, Γ- be the boundary of the domain G, $0<x_0<1$, $\gamma_0=\{(x_0,y):0\le y\le 1\}$, $\gamma=\{(1,y):0\le y\le 1\}$, $a,b,\ c,d\in L_p(G)\,,\quad p>2,\ 0\le q(x,y)\in L_\infty(G)\,,\ U=[-1,1]\,,$ Ω- set of all possible control functions $\omega(x,y):G\to U$. For each fixed $\omega\in\Omega$ in the domain $\overline{G}$ we consider the following Bitsadze–Samarski boundary value problem [1] for Helmholtz Equation:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-q(x,y)\,u=a(x,y)\,\omega(x,y)+b(x,y)\,,(x,y)\in G,$$
$$u(x,y)=0,\quad (x,y)\in\Gamma\backslash\gamma, \tag{4}$$
$$u(1,y)=\sigma u(x_{0,}y)\,,\quad 0\le y\le 1,\quad \sigma>0.$$

Consider the functional $I(u)=\iint_G[c(x,y)u(x,y)+d(x,y)\omega(x,y)]dxdy$ and pose the following optimal control problem: Find a function $u_0(x,y)\in\Omega$, for which the solution of the problem (1) gives the functional $I(u)$ a minimal value [2].

Theorem. *Let ψ_0 - a solution of the adjoint problem*

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}-q(x,y)\,\psi=-c(x,y)\,,\quad (x,y)\in G\backslash\gamma_0,$$
$$\psi(x,y)=0,\ (x,y)\in\Gamma\ , \tag{5}$$
$$\frac{\partial\psi\left(x_0^+,y\right)}{\partial x}-\frac{\partial\psi\left(x_0^-,y\right)}{\partial x}=\sigma\frac{\partial\psi(1,y)}{\partial x},\quad 0\le y\le 1,$$

then, for optimality (u_0, ω_0) *if and only if the principle of minimum almost everywhere on G:* $inf_{\omega \in U} \left[d\left(x,y\right) - a\left(x,y\right)\psi_0\left(x,y\right)\right]\omega = \left[d\left(x,y\right) - a\left(x,y\right)\psi_0\left(x,y\right)\right]\omega_0$.

With the iterative process the solution of (1),(2) can lead to a solution of the Dirichlet problem. For the numerical solution of the Dirichlet problem built-in functions **relax (a, b, c, d, e, f, u, rjac)** were used on Mathcad.

References

[1] A. V. Bitsadze and A. A. Samarski, On some simplest generalizations of elliptic problems. (Russian) *Dokl. AN SSSR* **185** (1969), No. 2, 739–740.

[2] H. V. Meladze, T. S. Tsutsunava and D. Sh. Devadze, An optimal control problem for the first order quasi-linear differential equations with nonlocal boundary conditions on the plane. (Russian). *TSU, Tbilisi*, 1987, Dep. in Geo. ISTI, 25.12.1987, No. 372–587.

Numerical Modelling of Pollution Sources Optimization

George Geladze

Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University
I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: givi-geladze@rambler.ru

The two-dimensional numerical model of an aerosol distribution from an instant point source against of thermohydrodynamics of a mesoscale boundary layer of atmosphere is developed. With its help it has been investigated the contribution and influence on considered ecological process of such basic factors, as an aerosol source height, an aerosol sedimentation velocity, a background wind, atmosphere stratification. In this work the special place is given to a problem of an surface pollution. It depends essentially on a source pollution height; it decreases with its increase, i.e. the ecological situation under the source improves. As the increase of an aerosol source height is connected with different technical and economic problems same effect can often by achieving by preliminary heating of an aerosol. This scenario is simulated By means of the present model. The first numerical experiments about of revelation of equivalence between increasing of pollution source height and degree of preliminary heating of an aerosol are received.

Mathematical Simulation of a Humidity Processes Ensemble

George Geladze, Meri Sharikadze, Manana Tevdoradze

Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University
I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: givi-geladze@rambler.ru; meri.sharikadze@viam.sci.tsu.ge;
mtevdoradze@gmail.com

The ensemble of humidity processes (fogs, layered clouds) has been simulated on the basis of the numerical model of a non-stationary mesoscale boundary layer of atmosphere (MBLA) developed by us. In this work the accent becomes on interaction and inter-conversion of humidity processes in the above-stated ensemble. Local circulation against which process fog- and cloudformation develops is caused by a daily march of temperature of an underlying surface. In the work process develops in time: in the end of the period of heating and in the beginning of cooling (evening) of an underlying surface simultaneous presence of a fog and of a cloud takes place. At the subsequent heating (at daybreak) of an underlying surface there is a gradual emerging and horizontal expansion of fog edges; they constantly lose touch with an initial fog and continue to exist irrespective of it as a layered cloud. So, we have three layered clouds and one fog. At the further heating of an underlying surface there is a gradual emersion of a fog. Therefore we receive ensemble from four layered clouds. Thus, during one day we have simultaneously a cloud and a fog, then three clouds and a fog, and at last four clouds. In modelling of the above-stated un-ordinary processes a determinative role are played relative humidity and turbulent regime of MBLA. The results of calculations received at selection of special meteorological conditions are physically quite logical and possible, but occurrence of such humidity processes ensembles in the nature are not known to us from materials of meteorological observation. Therefore it is possible to consider our work as numerical experiment. Further we will try to find meteorological process corresponding to our results

On One Nonlinear One-Dimensional Diffusion Model

Temur Jangveladze
Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics
Ivane Javkhishvili Tbilisi State University
Caucasus University
Tbilisi, Georgia
email: tjangv@yahoo.com

The one-dimensional analogue of the following nonlinear diffusion model is considered:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -rot\left(\nu_m rot\, H\right), \tag{6}$$

$$c_\nu \frac{\partial \theta}{\partial t} = \nu_m \left(rot\, H\right)^2 + \varepsilon \nabla \left(k \nabla \theta\right), \tag{7}$$

where $H = (H_1, H_2, H_3)$ is a vector of magnetic field, θ – temperature, c_ν, ν_m and k characterize correspondingly heat capacity, electroconductivity and heat conductivity of the medium, that depends on temperature, $\varepsilon = const > 0$. System (1) describes propagation of magnetic field in the medium, and equation (2) describes temperature change at the expense of Joule's heating and heat conductivity.

Some aspects of investigation and numerical solution of one-dimensional version of system (1), (2), in case of one-components magnetic field, are given, for example, in the works [1]-[4].

Our aim is investigation and numerical solution of one-dimensional version of system (1), (2) in case of two-components magnetic field. Especially, the finite difference scheme for initial-boundary value problem for some kind of nonlinearities are constructed and investigated. The behavior of solutions as $\varepsilon \to 0$ is also studied. The corresponding numerical experiments are carried out.

References

[1] I. O. Abuladze, D. G. Gordeziani, T. A. Dzhangveladze, T. K. Korshia, Discrete Models for a Nonlinear Magnetic-Field Scattering Problem with Thermal Conductivity. *Differ. Uravn.* **22** (1986), No. 7, 1119–1129 (in Russian). English transl.: *Differ. Equ.* **22** (1986), No. 7, 769–777.

[2] M. Gagoshidze, T. Jangveladze, On One Nonlinear Diffusion System. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **25** (2011), 39–43.

[3] T. Jangveladze, Additive Models for One Nonlinear Diffusion System. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math.* **24** (2010), 66–69.

[4] D. Sun, V. S. Manoranjan, H. M. Yin, Numerical Solutions for a Coupled Parabolic Equations Arising Induction Heating Processe. *Discrete Contin. Dyn. Syst.* **2007**, 956–964.

On the Solution of an Equation for the Static String

Nikoloz Kachakhidze, Nodar Khomeriki, Zviad Tsiklauri

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: n.kachakhidze@gtu.ge; n.khomeriki@mail.ru; zviad_tsiklauri@yahoo.com

We consider the methods of solution of the boundary value problem

$$\varphi\left(\int_0^1 w'^2(x)dx\right) w''(x) = f(x), \quad 0 < x < 1, \tag{8}$$

$$w(0) = w(1) = 0,$$

where $\varphi(z) \geq \text{const} > 0$, $0 < z < \infty$, which describes the static behavior of the string when the relation between stress and strain is of nonlinear character. The question of solution exactness is studied. Results of computer-aided calculations are presented. Also, a two-dimensional analogue of equation (1) is considered.

The Numerical Solution of Fractional Differential-Algebraic Equations (FDAEs)

Mesut Karabacak[1], Muhammed Yigider[2], Ercan Çelik[1]

[1] Atatürk University Faculty of Science, Department of Mathematics, Erzurum-Turkey
[2] Erzincan University Faculty of Art and Science, Department of Mathematics, Erzincan-Turkey

email: mkarabacak@atauni.edu.tr; myigider@erzincan.edu.tr; ercelik@atauni.edu.tr

In this paper, Numerical solution of Fractional Differential–Algebraic Equations (FDAEs) is considered. First Fractional Differential–Algebraic Equations(FDAEs) has

been converted to power series. Then Numerical solution of Fractional Differential–Algebraic Equations (FDAEs) is obtained.

Keywords. Differential-Algebraic Equations(DAEs), Fractional Differential-Algebraic Equation (FDAEs), Power Series.

Mathematical Model of Information Warfare Taking into Account Technological Possibilities of the Parties

Nugzar Kereselidze

The Georgian university of St. Andrew at Patriarchate of Georgia
School (Faculty) Mathematical modeling and computer technologies

Tbilisi, Georgia

email: tvn@caucasus.net

The mathematical model of information warfare, taking into account possibilities of information technologies of the antagonistic parties is constructed. In particular, for a basis the mathematical model of ignoring of the parties [1] is chosen. According to this model, in principle the antagonistic parties can extend unlimited amount of information at any moment. Actually, the amount of extended information is limited, and is defined by an appropriate level information technologies of warring parties. Taking into account this situation the following mathematical model - non-linear system of the differential equations, is constructed and studied.

$$\begin{aligned}
\frac{dN_1(t)}{dt} &= \alpha N_1(t)\left(1 - \frac{N_1(t)}{I_1}\right) - \beta N_3(t),\\
\frac{dN_2(t)}{dt} &= \alpha N_2(t)\left(1 - \frac{N_2(t)}{I_2}\right) - \beta N_3(t),\\
\frac{dN_3(t)}{dt} &= \gamma(N_1(t) + N_2(t)),
\end{aligned}$$

where I_1, I_2 respectively the maximum quantity of effectively extended information the antagonistic parties at the moment of time. $N_1(t)$, $N_2(t)$, the amount of information extended by the antagonistic parties respectively. And $N_3(t)$ peacekeeping party. α-index of aggression of the antagonistic parties, β- index of readiness for reconciliation, γ-index of peacekeeping activity.

References

[1] T. Chilachava and N. Kereselidze, About one mathematical model of the information warfare. Fifth congress of mathematicians of Georgia. Abstracts of contributed talks. Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, p. 85.

On the Solution of One Nonlinear Elliptic Equation

Nino Khatiashvili, Kristina Pirumova, Manana Tevdoradze

I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University
Tbilisi, Georgia

email: ninakhatia@gmail.com

In the talk the following problem will be presented.

Problem. In R^3 to find continuous function u having second order derivatives, vanishing at infinity and satisfying the equation

$$\Delta u + \lambda u^3 = A_0 u, \tag{1}$$

where λ is some parameter.

By introducing new function and using Taylor series the equation is reduced to the approximate nonlinear elliptic equation. The effective solutions of this equation vanishing at infinity are obtained and are given by the formula

$$u = R \sin e^{-\alpha|x|-\beta|y|-\gamma|z|-D},$$

where R is some constant, $D > 0$ is the constant for which e^{-4D} is sufficiently small and the constants $\lambda, \alpha, \beta, \gamma > 0$ satisfy the conditions

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = A_0, \quad \lambda R^2 = \frac{4}{3} A_0,$$

where $A_0 > 0$ is the constant.

Variational Iteration Method for Fuzzy Fractional Differential Equations with Uncertainty

Ekhtiar Khodadadi[1], Ercan Çelik[2], Faruk Düşünceli[2]

[1] Islamic Azad University, Malekan Branch, Malekan, Iran

[2] Atatürk University Faculty of Science, Department of Mathematics, Erzurum-Turkey

email: khodadadi@atauni.edu.tr; ercelik@atauni.edu.tr; faruk2525@hotmail.com

In this paper the variational iteration method is used to solve the fractional differential equations with fuzzy initial condition. We consider a differential equation of fractional order with uncertainty and present the concept of solution. We compared the results with their exact solutions in order to demonstrate the validity and applicability of the method.

Key words: Fuzzy number, Fuzzy initial value problems, Riemann–Liouville fractional derivative, Mittag-Leffler function, Variational iteration method.

On Numerical Resolution of One System of Nonlinear Integro-Differential Equations

Zurab Kiguradze

Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics

Ivane Javkhishvili Tbilisi State University

Faculty of Exact and Natural Sciences

Tbilisi, Georgia

email: zkigur@yahoo.com

The following initial-boundary value problem is studied:

$$\begin{gathered}\frac{\partial u_i}{\partial t}=\left(1+\int_0^t\int_0^1\left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)^2\right]dxd\tau\right)\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}+f_i(x,t),\\ u_i(0,t)=u_i(1,t)=0,\quad 0\le t\le T,\\ u_i(x,0)=u_{i0}(x),\quad x\in[0,1],\end{gathered}\tag{9}$$

where $T=Const>0$ and $u_{i0}(x)$, $i=1,\,2$ are given functions.

The approximation $u_i^h\in S^h$ to u_i is defined by as follows: Find a pair $u_i^h\in S^h$ such that

$$\left\langle v_i^h,\frac{\partial u_i^h}{\partial t}\right\rangle+\left\langle\left(1+\int_0^t\int_0^1\left[\left(\frac{\partial u_1^h}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u_2^h}{\partial x}\right)^2\right]dxd\tau\right)\frac{\partial u_i^h}{\partial x},\frac{\partial v_i^h}{\partial x}\right\rangle=<f_i,v_i^h>,$$

and

$$< v_i^h, u_i^h(x,0) >=< v_i^h, u_{i0}(x) >, \qquad \forall v_i^h \in S^h,$$

where S_h is a finite-dimensional subspace of the linear space H of functions u_i satisfying the boundary conditions in (1) for each t and $i = 1,\, 2$.

The following theorem is proven:

Theorem. *The error in the finite element approximation u_i^h satisfies the inequality*

$$|||u_i - u_i^h|||_1 \le h^{j-1} \Bigg\{ c_1 h^2 \, ||u_{i0}||^2 + c_2 h^2 \left|\left|\left| \frac{\partial u_i}{\partial t} \right|\right|\right|_0^2 + c_3 |||u_i|||_0^2 + c_4 h^{2(j-1)} \sum_{m=1}^{2} |||u_m|||_0^2$$
$$+ \, c_5 \left[\sum_{m=1}^{2} \left(c_6 h^{j-1} \, |||u_m|||_0^2 + c_7 []u_m[] \right) \right]^2 \Bigg\}^{1/2},$$

where

$$|||E|||_r \; = \left[\int_0^T \int_0^1 \left(\sum_{j=0}^{r} \left| \frac{\partial^j E(x,t)}{\partial x^j} \right|^2 \right) dxdt \right]^{1/2}, \quad []u[] = \int_0^T \int_0^1 |u| \, dxd\tau$$

and c_k, $k = 1,\, 2, \ldots, 7$, denote positive constants.

The issue above, jointly with author, was the subject of recent investigations of Prof. T. Jangveladze, Prof. B. Neta and Prof. S. Reich.

The Approximate Solution of a Nonhomogeneous Differential Equation

Vladimer Odisharia

Department of Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: vodisharia@yahoo.com

The following initial boundary value problem is considered

$$w_{tt} - \left(\lambda + \frac{8}{\pi^3} \int_\Omega |\nabla w|^2 \, dx \right) \Delta w = f\,(x,t)\,, \quad 0 < t \le T\,, \quad x \in \Omega, \tag{1}$$

$$w(x,0) = w^0(x), w_t(x,0) = w^1(x), \quad x \in \Omega,$$
$$w(x,t) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad 0 \le t \le T, \tag{2}$$

where$x = (x_1, x_2, x_3)$, $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3)|0 < x_i < \pi, \quad i = 1, 2, 3\}$, $\partial\Omega$ is the boundary of the domain Ω,$w^0(x)$,$w^1(x)$ and $f(x, t)$ are given functions, $\lambda > 0$ and $T$are the known constants.

Equation (1) is a three-dimensional nonhomogeneous analogue of the Kirchhoff equation [1]

$$w_{tt} = \left(1 + \int_0^1 w_x^2 dx\right) w_{xx} \tag{3}$$

describing the oscillation of a string. The problem of solvability of (3) equation was for the first time studied by S. Bernstein. Later, many researchers showed an interest in equations of Kirchhoff type (see e.g. [2]–[5]).

Here we present a numerical algorithm of problem (1),(2). Step-by-step discretization with respect to a spatial and a time variables is carried out. To solve the resulting cubic system we use the Jacobi iteration method. The error of this method is estimated.

References

[1] G. Kirchhoff, *Vorlesungen Über Mechanik*, Teubner, Leipzig, 1883.

[2] L. Medeiros, I. Limaco and S. Menezes, Vibrations of an elastic strings: Mathematical Aspects, I and II., *J. Comput. Anal. Appl.* **4** (2002), no. 3, 211–263.

[3] J. Peradze, A numerical algorithm for the nonlinear Kirchhoff string equation, *Numer. Math.* **102** (2005), no. 2, 311–342.

[4] J. Peradze, An approximate algorithm for a Kirchhoff wave equation, *SIAM J.Numer. Anal.* **47** (2009), issue 3, 2243–2268.

[5] K. Odisharia, V. Odisharia and J. Peradze, On the exactness of an iteration method for one non-linear oscillation equation, *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* **10** (2010), issue 1, December, 49–50.

Classification of Factors that Affect the Speed of the RSA Cryptosystem

İsrafil Okumuş[1], Ercan Çelik[2]

[1] Erzincan University Faculty of Art and Science, Department of Mathematics, Erzincan-Turkey
[2] Atatürk University Faculty of Science, Department of Mathematics, Erzurum-Turkey

email: israfil.okumus@hotmail.com; ercelik@atauni.edu.tr

The RSA is asymmetric encryption method widely used for information security and digital signature. In this papers, firstly, RSA Cryptosystem were announced. Then, factors affecting time of encryption and decryption of RSA cryptosystem were examined. Finally the algorithms developed to shorten time of encryption and decryption of RSA cryptosystem were classified under two topics.

Keywords: RSA, Variation of RSA, Key Generation, Algorithms.

On One Finite-difference Method for Investigation of Stressed State of Composite Bodies Weakened by Cracks

Archil Papukashvili, David Gordeziani, Teimuraz Davitashvili, Meri Sharikadze

Faculty of Exact and Natural Sciences of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University,
I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: apapukashvili@rambler.ru, dgord37@hotmail.com,
tedavitashvili@gmail.com, meri.sharikadze@viam.sci.tsu.ge

Study of boundary value problems for the composite bodies weakened by cracks has a great practical significance. Mathematical model investigated boundary value problems for the composite bodies weakened by cracks in the first approximation can be based on the equations of anti-plane approach of elasticity theory for composite (piece-wise homogeneous) bodies. When cracks intersect an interface or penetrate it at all sorts of angle on the base of the integral equations method is studied in the works [1]–[3]. In the present article finite-difference solution of anti-plane problems of elasticity theory for composite (piece-wise homogeneous) bodies weakened by cracks is presented. The differential equation with corresponding initial boundary conditions is approximated by finite-differential analogies in the rectangular quadratic area. Such kind set of the problem gives opportunity to find directly numeral values of shift functions in the grid points. The suggested calculation algorithms have been tested for the concrete practical tasks. The results of numerical calculations are in a good degree of approach with the results of theoretical investigations.

References

[1] A. Papukashvili, Antiplane problems of theory of elasticity piecewice-homogeneous orthotropic plane slackened with cracks. *Bull. Georgian Acad. Sci.* **169** (2004), No. 2, 267–270.

[2] A. Papukashvili, About of one boundary problem solution of antiplane elasticity theory by integral equation methods. *Rep. Enlarged Session Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math.* **24** (2010), 99–102.

[3] A. Papukashvili, M. Sharikadze, and G. Kurdghelashvili, An approximate solution of one system of the singular integral equations. *Rep. Enlarged Session Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math.* **25** (2011), 95–98.

A Numerical Method for a Beam Equation

Jemal Peradze

I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

email: j_peradze@yahoo.com

Let us consider the nonlinear differential equation

$$u^{\mathrm{iv}}(x) - m\bigg(\int_0^L u'^2(x)\,dx\bigg)u''(x) = f(x), \tag{1}$$

$$0 < x < L,$$

with the boundary conditions

$$u(0) = u(L) = 0, \quad u''(0) = u''(L) = 0. \tag{2}$$

Here $u(x)$, $0 \le x \le L$, is the function to be found and $m(\lambda) \ge const > 0$, $0 \le \lambda < \infty$, and $f(x)$, $0 < x < L$, are the given functions.

Equation (1) is the stationary problem associated with the equation

$$u_{tt}(x,t) + u_{xxxx}(x,t) - \left(\alpha_0 + \alpha_1 \int_0^L u_x^2(x,t)\,dx\right) u_{xx}(x,t) = 0,$$
$$0 < x < L, \quad 0 < t \le T,$$

$\alpha_0, \alpha_1 \ge const > 0$, which was proposed by Woinowsky–Krieger in 1950 as a model for the deflection of an extensible dynamic beam with hinged ends.

To approximate the solution of problem (1), (2) the Galerkin method and the Newtonian iteration process are used. The accuracy of algorithm is discussed.

Accelerating the Convergence of Trigonometric Interpolation via Polynomial and Rational Corrections

Arnak Poghosyan

Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Armenia
Yerevan, Republic of Armenia

email: arnak@instmath.sci.am

It is well known that reconstruction of a smooth on $[-1,1]$ function by the classical trigonometric interpolation

$$I_N(f) = \sum_{n=-N}^{N} \check{f}_n e^{i\pi n x},$$

$$\check{f}_n = \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^{N} f(x_k) e^{-i\pi n x_k},\ x_k = \frac{2k}{2N+1}$$

is noneffective when the 2-periodic extension of the interpolated function is discontinuous on the real line. The oscillations caused by the Gibbs phenomenon are typically propagated into regions away from the singularities and degrade the quality of interpolation.

We consider the convergence acceleration of the classical trigonometric interpolation via polynomial and rational (by $e^{i\pi x}$) corrections. Polynomial correction is known as the Krylov–Lanczos approach ([1], [2]). Rational corrections follow the idea of the Fourier–Pade approximation [3].

The resulting interpolation $I_{N,q,p}(f)$ is a sum of a polynomial in the form of a linear combination of the Bernoulli polynomials with q jumps in the coefficients, trigonometric interpolation of a smooth function and rational corrections where p is the order of denominator. Such interpolations include an unknown parameter which determination is a crucial problem for rational corrections.

We reveal some theoretical estimates for convergence of the suggested interpolations, discuss the problem of parameter determination, present some results of numerical experiments and show how the parameters can be chosen in practical problems.

References

[1] A. Krylov, *On approximate calculations.* Lectures delivered in 1906, Tipolitography of Birkenfeld, Petersburg, 1907.

[2] C. Lanczos, *Discourse on Fourier Series*, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1966.

[3] G. A. Baker, and P. Graves-Morris, Padė *Approximants, Encyclopedia of mathematics and its applications.* Vol. 59, 2nd ed., Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1996.

On a Convergence of the Quasi-Periodic Interpolation

Lusine Poghosyan

Institute of Mathematics, National Academy of Sciences
Yerevan, Republic of Armenia

email: lusinepogosyan85@gmail.com

We consider the problem of function interpolation by its discrete Fourier coefficients

$$\check{f}_n = \frac{1}{2N+m+1} \sum_{k=-N}^{N} f\left(\frac{k}{N}\right) e^{-\frac{2i\pi nk}{2N+m+1}}, \ m \in Z, \ m \geq 0,$$

calculated over the equidistant grid $\dfrac{k}{N}$ on $[-1, 1]$ including also the endpoints of the interval. The solution of this problem we seek in the form

$$I_N(f, x) = \sum_{n=-N}^{N} F_n e^{\frac{2i\pi nNx}{2N+m+1}},$$

where unknown coefficients F_n can be determined from condition of exactness for quasi-periodic functions

$$e^{\frac{2i\pi nNx}{2N+m+1}}, \quad n = -N, \dots, N.$$

This condition leads to determination of F_n as follows

$$F_n = \check{f}_n + \sum_{j=1}^{m} \theta_{jn} \check{f}_{N+j},$$

where θ_{jn} is the solution of linear system with Vandermonde matrix.

The resultant interpolation was first discovered by academician Nersessian (see [1]) and was called full and quasi-periodic interpolation. We investigate the convergence of quasi-periodic interpolation in dependent on parameter m, present some results of numerical experiments and discuss its advantages over the classical trigonometric interpolation.

2010 Mathematics Subject Classification. 42A15, 65T40.

Keywords. Trigonometric interpolation, quasi-periodic interpolation.

References

[1] A. Nersessian and N. Hovhannesyan, Quasiperiodic interpolation. *Reports of NAS RA* **101**(2) (2006), 1–6.

Simulation of Plasmonic structures by Using Method of Auxiliary Sources

K. Tavzarashvili[1], G. Ghvedashvili[2]

[1]University of Georgia (UG)
Department of Engineering

email: k.tavzarashvili@ug.edu.ge

[2]I. Javakhishvili Tbilisi State University
Department of Electric and Electrical Engineering

email: g.ghvedashvili@tsu.ge

Plasmonic and Plasmonic Metamaterials that are promising to revolutionize ways of generating, controlling and processing light in the nanoscale and expected to have a strong impact on future developments in the technological applications range from nano-lasers to optical nano-waveguides to artificial media with unusual and exotic optical properties unattainable in natural materials.

Optical properties of plasmonic nanostructures are often accessed by evaluating their interaction with light by means of rigorous numerical methods. Such analysis allows the reliable prediction of any measurable quantity, whereas insights into the physical mechanisms that govern the observable effects require an intense interpretation of these quantities.

Because of the strong enhancement Plasmonic effects, accurate simulation is extremely demanding. First of all, only a full, vectorial field analysis can take the strong coupling sufficiently well into account. Secondly, even simple plasmonic structures are considerably smaller than the optical wavelength. Finally, numerical inaccuracies strongly disturb the optimization process. As a result, the numerical models become rather large, i.e., time- and memory-consuming.

The Generalized Multipole Method (GMT) is a relatively new and fast advancing method. It did not find that much interest compared to other methods. But nowadays it popularity is steadily increasing. Extensions and enhancement to the methods and computer codes are continuously being published, which broaden the scope of the methods. The Method of Auxiliary Sources (MAS) is the most general implementation of the GMT. MAS is the semi-analytic Maxwell solver for computational electrodynamics in the frequency domain and can handle various electromagnetic (EM) problems on the personal computers while. A reason for using frequency domain solvers is that it is much easier and natural to work with dispersive, i.e., frequency dependent materials such as metals at optical frequencies.

Mathematical Education and History

მათემატიკური განათლება და ისტორია

ალბათობა და სტატისტიკის ელემენტების სწავლება IB სადიპლომო პროგრამის მიხედვით

პეტრე ბაბილუა

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი;
ევროპული სკოლა,
თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: petre.babilua@tsu.ge

ნაშრომში შემოთავაზებულია ალბათობის თეორიისა და სტატისტიკის ელემენტების სწავლების თავისებურებანი საერთაშორისო ბაკალავრიატის სადიპლომო პროგრამის მიხედვით. განხილულია მოსწავლისათვის საინტერესო ალბათურ-სტატისტიკური ამოცანები და მათი ამოხსნის სხვადასხვა მეთოდები. გადმოცემულია ასევე ტექნოლოგიების გამოყენებით რეალური პრობლემების ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდებით ამოხსნა და მათი წარმოდგენა პროექტების სახით. მოცემული საკითხები შედარებულია საქართველოს ეროვნულ სასწავლო გეგმას და მოცემულია შედარებითი ანალიზი.

ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნის ალგებრული და არითმეტიკული ხერხები

მანანა დეისაძე, ვლადიმერ ადეიშვილი

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ქუთაისი, საქართველო

დაწყებით კლასებში მათემატიკის შესწავლისას განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა ამოცანების შესწავლას. პირველი კლასიდანვე იწყება მარტივ ამოცანებზე მუშაობა, რათა მოსწავლეს ადრეულ ასაკიდანვე განუვითარდეს აქტიური, შემოქმედებითი, კრიტიკული აზროვნების უნარი. მოსწავლემ უნდა შეძლოს ამოცანის პირობის გააზრება, გაარკვიოს ამოცანის ტექსტში შემავალ სიდიდეებს შორის კავშირი. შინაარსიანად გაიაზროს ამოცანის სტრუქტურა და შეძლოს ქართულ სამეტყველო ენაზე დაწერილი ამოცანის მათემატიკური ფორმულირება. ჩაერთოს ამოცანის ამოხსნის ძიების პროცესში შემოქმედებითად. შეძლოს ერთი და იგივე ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხით ინტერპრეტაცია. ნაშრომში მოცემულია რამდენიმე ამოცანის ამოხსნის როგორც ალგებრული, ისე არითმეტიკული ხერხები, რომელთა ათვისებაც მოსწავლეს განუვითარებს შემოქმედებით, კრიტიკულ აზროვნებას. ხელს შეუწყობს მათემატიკური უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებას, სწორი ლოგიკური, კრიტიკული, ანალიტიკური აზროვნების განვითარებას. ამოცანის ამოხსნისას მოსწავლე უნდა იყოს ჩართული აქტიურად ამოხსნის ძიების პროცესში, რომ თვითონ შეძლოს

ამოცანის მოცემულ სიდიდეებს შორის მათემატიკური კანონზომიერების დადგენა, შეეძლოს ანალიზის გაკეთება და ყველაზე ოპტიმალური, რაციონალური გზის ამორჩევა.

მოსწავლისადმი გადაცემული ცოდნა არ უნდა იყოს მხოლოდ ინფორმაციული, მთავარია მოსწავლის აზროვნების განვითარება.

მათემატიკის საუნივერსიტეტო სპეციალური სასწავლო კურსების აგების ერთი მეთოდის შესახებ

გურამ გოგიშვილი

საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, ფიზიკა-მათემატიკურ და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი

თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: guramgog@gmail.com

გამოყენებითი მათემატიკის საუნივერსიტეტო სასწავლო დისციპლინების გადაცემისას ზოგადი თეორიული სასწავლო კურსების აგება, კვლევის მათემატიკური აპარატის სწავლება ამჟამად, ძირითადად, ხორციელდება მხოლოდ მწყობრი, აბსტრაქტული თეორიის „ტრადიციული" გადაცემით და შემდეგ გამოყენებითი ასპექტების წარმოჩენით, ან წინასწარი კონკრეტული სამოტივაციო ამოცანების განხილვით და შემდეგ სათანადო მათემატიკური თეორიის გადაცემით.

სწავლების ეფექტიანობის გაზრდის უმნიშვნელოვანესი ამოცანა წარმატებით გადაწყდება, თუ სტუდენტებს (მათ შორის მაგისტრანტებსაც) თავიდანვე გაუმყარდებათ განცდა, რომ მათემატიკის ესა თუ ის მეთოდი, რომელსაც ისინი შეისწავლიან, არსებითად უკავშირდება მათი ინტერესების სფეროს (მაგალითად, კომპიუტერულ მეცნიერებათა საფუძვლიან შესწავლას) და საგნის შესწავლის მთელი პროცესიც მუდმივად ახდენს ამ კავშირის დემონსტრირებას.

მოხსენებაში წარმოდგენილია ძირითადი პრინციპები მათემატიკის სპეციალური სასწავლო კურსების ისეთი აგების, რომელიც თავიდანვე ორიენტირებულია აბსტრაქტულ მათემატიკურ მეთოდებსა და კონკრეტულ ამოცანებს შორის მჭიდრო კავშირის წარმოჩენაზე - ზოგად მეთოდებამდე მისვლა ხდება კარგად შერჩეული კონკრეტული ამოცანების განხილვის კვალობაზე. ამ დროს დაისმება ამოცანის მათემატიკური მოდელის აგების, ჰიპოთეზათა ძიებისა და შერჩევის, დამტკიცების პრობლემები, შემდეგ კი - ამოცანის განზოგადებათა და მათი კვლევის, მიღებული შედეგების ახალ გამოყენებათა ძიებისა და გადაწყვეტის პრობლემები. ასეთი მიდგომა აიოლებს კურსის გადაცემისას წამოჭრილ არაერთ სირთულეს (მათ შორის მეთოდიკურსაც), ზრდის სტუდენტთა მოტივაციას, უფრო ბუნებრივს ხდის თეორიული მასალით დაინტერესებას და მის აღქმას. ასეთი კურსების აგების კონკრეტული ცდები მსოფლიოს ზოგიერთ წამყვან სასწავლო ცენტრში წარმატებითაა რეალიზებული.

მათემატიკის სწავლებისადმი ასეთი მიდგომა სასკოლო კურსის აგების დროსაც აქტუალურია.

ფურიეს მწკრივის გამოყენების შესახებ რიცხვითი მწკრივის ჯამის გამოთვლაში

მაკა ლომთაძე, ლამარა ციბაძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი

ქუთაისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: Lomtadze@mail.ru; lamara1980@yahoo.com

თანამედროვე მეთოდებს შორის განსაკუთრებული მნიშვნელობისაა პერიოდული ფუნქციის უმარტივეს პერიოდულ ფუნქციებად დაშლის მეთოდი, რომლის სწავლებაც საჭიროა უმაღლესი სკოლის ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტებისათვის.

მოხსენებაში განხილულია $[-\pi;\pi]$ სეგმენტზე ინტეგრებადი 2π პერიოდის $f(x)$ ფუნქციის გაშლა ფურიეს ტრიგონომეტრიულ მწკრივად და გამოთვლილია რიცხვითი მწკრივების ჯამები ფურიეს მწკრივის გამოყენებით.

ცნობილია, რომ თუ $[-\pi;\pi]$ სეგმენტზე ინტეგრებადი 2π პერიოდის ფუნქცია იშლება ტრიგონომეტრიულ მწკრივად: $f(x) \sim \dfrac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx)$, სადაც

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx \ \ (n = 0, 1, \dots), \quad b_n = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx \ \ (n = 1, 2, \dots),$$

ეწოდება ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივი, ხოლო a_n და b_n კოეფიციენტებს $f(x)$ ფუნქციის ფურიეს კოეფიციენტები

დამტკიცებულია თეორემა, რომ თუ 2π პერიოდის $f(x)$ ფუნქცია $[-\pi;\pi]$ სეგმენტზე იშლება თანაბრად კრებად ტრიგონომეტრიულ მწკრივად, მაშინ ეს მწკრივი $f(x)$ ფუნქციის ფურიეს მწკრივია.

განხილულია შემთხვევები, როცა $f(x)$ ფუნქცია ლუწია და კენტია ცალ-ცალკე, შესაბამისად გამოთვლილია ფურიეს a_n და b_n კოეფიციენტები და $f(x)$ ფუნქცია გაშლილია ფურუს მწკრივის სახით.

აგრეთვე განხილულია შემთხვევა, როცა $f(x)$ ფუნქცია მოცემულია მხოლოდ $[a;\pi]$ საგმენტზე სადაც $-\pi < a < \pi$ და შემთხვევა, როცა $f(x)$ მოცემულია $[0;\pi]$ სეგმენტზე.

მოხსენების ბოლოს ამოხსნილია რამოდენიმე მაგალითი, სადაც ფურიეს მწკრივის გამოყენებით გამოთვლილია ზოგიერთი სახის რიცხვითი მწკრივის ჯამი. ნაშრომის ძირითადი მიზანია ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების გამოყენება ზოგიერთი სახის რიცხვითი მწკრივების ჯამის გამოთვლაში. ამით მიტითებულია იმ ინტერდისციპლინარულ კავშირზე, რომელიც არსებობს ფურიეს ტრიგონომეტრიულ მწკრივებსა და რიცხვით მწკრივებს შორის.

ეკონომიკური ამოცანის ამონახსნის მდგრადობის საკითხის სწავლების ზოგიერთი ასპექტი

ცაცინო სარაჯიშვილი

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, კომპიუტერული ტექნოლოგიების დეპარტამენტი, ბათუმი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: tsis55@yahoo.com

ეკონომიკის სპეციალობის სტუდენტებთან და არა მარტო მათთან, ყოველი ახალი საგნის სწავლებისას სტუდენტი სვამს შეკითხვას ''სად გამოვიყენებ?''. ამდენად, სწავლების პროცესში განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება პრაქტიკიდან აღებული ამოცანების ამოხსნას.

როგორც ცნობილია, პრაქტიკული ეკონომიკური ხასიათის ამოცანების ამოხსნის დროს, დასაბუთებული და მათემატიკურად სწორად გადაწყვეტილი ოპტიმალური ამონახსნის მისაღებად, გამოიყენება მათემატიკური მოდელირება. მათემატიკური მოდელირების სწავლების დროს განსაკუთრებული მნიშვნელობა ენიჭება სტუდენტთა დაინტერესებას პრაქტიკული ამოცანებით.

ერთ–ერთი კარგად ნაცნობი თემა არის წრფივი სამოდელო ამოცანები. იმ პრაქტიკულ ამოცანათა შორის, რომელიც მათემატიკური მოდელირების მეთოდით იხსნება, ფრიად საინტერესოა ეკონომიკური ამოცანები, რომელთა ანალიზი და შეფასება მოითხოვს ორადობის თეორიის გამოყენებას. ჩემს მიზანს შეადგენს ეკონომიკური ამოცანის ამონახსნის მდგრადობის საკითხის სწავლების ზოგიერთი ასპექტის განხილვა.

ორადობის ძირითადი თეორემებიდან გამომდინარე, თუკი ერთ-ერთი ამოცანის რომელიღაც შეზღუდვა ოპტიმალური გეგმით იქცევა მკაცრ უტოლობად, მაშინ ორადული ამოცანის ოპტიმალურ გეგმაში შესაბამისი კომპონენტი ნულის ტოლია და ასევე თუკი ერთ-ერთი ამოცანის ოპტიმალურ გეგმაში რომელიღაც კომპონენტი მკაცრად დადებითია, მაშინ ორადულ ამოცანაში შესაბამისი შეზღუდვა ოპტიმალური გეგმით უნდა იქცეს მკაცრ უტოლობად.

აქედან გამომდინარე, ორადული შეფასებები შეიძლება გამოდგეს რესურსების დეფიციტურობის ზომად. დეფიციტური რესურსს (წარმოების ოპტიმალური გეგმის მიხედვით სრულად გახარჯულს) აქვს დადებითი შეფასება, ხოლო ნამატ რესურსს აქვს ნულოვანი შეფასება.

ორობითი შეფასებების გამოყენებით ვახდენთ ამოცანის მდგრადობის ანალიზს. განვსაზღვრავთ პირდაპირი ამოცანის წრფივ შეზღუდვათა სისტემის თითოეული თავისუფალი წევრის ცვლილების ისეთ ინტერვალს, რომელშიც შესაბამისი ორადული ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნი რჩება უცვლელი. განვსაზღვრავთ ორადული შეფასებების მდგრადობის ინტერვალებს შემავალი კომპონენტების ყოველი ცვლილების დროს. როგორც ცალ-ცალკე, ასევე ერთდროული ცვლილებისას. განვსაზღვრავთ პირდაპირი ამოცანის მიზნის ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობის ნაზრდს, შემავალი მონაცემების რაოდენობის დადგენილ საზღვრებში ცვლილების დროს. საილუსტრაციოდ განიხილება კონკრეტული ამოცანა.

მათემატიკის მასწავლებელთა სასერტიფიკაციო გამოცდის მომზადებისათვის

გრიგოლ სოხაძე, პეტრე ბაბილუა

ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: grigol.sokhadze@tsu.ge; petre.babilua@tsu.ge

მოცემულია მათემატიკის მასწავლებლის სასერტიფიკაციო გამოცდის სტრუქტურა. როგორც ცნობილია გამოცდა შედგება საგნობრივი და მეთოდური ნაწილებისგან. ნაშრომში მოცემულია მთელი რიგი აქტივობები გამოცდის საგნობრივი ნაწილის წარმატებით ჩასაბარებლად, მაგალითად, სხვადასხვა საკითხების შესწავლა-გაღრმავება და ა.შ. ასევე დეტალურად არის გადმოცემული მეთოდური ნაწილის აქტივობები: შეფასების სქემები და რეკომენდაციები; გაკვეთილის დაგეგმვის და ჩატარების პრინციპები და თავისებურებანი; პრობლემური დავალებების ამოხსნის გზები და მათი სწავლების მეთოდები. ასევე ბლუმის ტაქსონომიის გამოყენება სასწავლო პროცესში.

რიცხვით მწკრივთა გამრავლებისა და გაყოფის სწავლება

ლამარა ციბაძე, მაკა ლომთაძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
ქუთაისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: lamara1980@yahoo.com; Lomtadze@mail.ru

მოხსენებაში განხილულია, თუ როგორ უნდა ისწავლებოდეს რიცხვით მწკრივთა გამრავლებისა და გაყოფის საკითხები უმაღლესი სკოლის მათემატიკის კურსში, კერძოდ, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მათემატიკის სპეციალობის სტუდენტებისათვის.

ჩვენი მიზანია განვმარტოთ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ (1) და $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ (2) მწკრივების ნამრავლი მწკრივი. როცა ორი ჯამი ერთმანეთზე მრავლდება, შედეგად დისტრიბუციულობის კანონის თანახმად, მიიღება პირველი ჯამის ყველა შესაკრების ნამრავლები მეორე ჯამის ნებისმიერ შესაკრებზე. ამიტომ (1) და (2) მწკრივების ნამრავლის შედგენისას საჭიროა განვიხილოთ ყველა $a_n b_m$ ნამრავლის მწკრივი. მაგრამ ვიცით, რომ მწკრივის წევრთა დალაგება გავლენას

ახდენს მწკრივის კრებადობაზე და მისი ჯამის სიდიდეზე, ამიტომ ისმის კითხვა თუ რა მიმდევრობით უნდა დავალაგოთ $a_n b_m$ შესაკრებები „ნამრავლი მწკრივის“ შედგენის დროს. ასეთი ნამრავლების დალაგების ჩვეულებრივი წესი მიიღება მათი ინდექსების ჯამის სიდიდის მიხედვით. შემოტანილია შემდეგი განმარტება: (1) და (2) მწკრივების ნამრავლი ეწოდება $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \varpi$ (3) მწკრივს, სადაც $\varpi = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_k b_{m-k+1}$.

საზოგადოდ (1) და (2) მწკრივების კრებადობის შემთხვევაში მათი (3) ნამრავლი მწკრივი სავალდებულო არ არის კრებადი იყოს; მაგრამ თუ (1) და (2) მწკრივებს უფრო მკაცრ პირობებს მოვთხოვთ, შესაძლებელია დავასკვნათ (3) მწკრივის კრებადობა და დავადგინოთ (3) მწკრივის ჯამის კავშირი (1) და (2) მწკრივების ჯამებთან. ნაჩვენებია, რომ თუ (1) და (2) მწკრივებიდან ერთ-ერთი მაინც აბსოლუტურად კრებადია, მაშინ მათი ნამრავლი კრებადია და მისი ჯამი თანამამრავლი მწკრივების ჯამების ნამრავლის ტოლია.

რაც შეეხება რიცხვითი მწკრივების გაყოფას, ის განმარტებულია შემდეგნაირად: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ (4) მწკრივს ეწოდება (1) მწკრივის (2) მწკრივზე გაყოფისას მიღებული განაყოფი, თუ $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, სადაც $c_n = \frac{a_n - c_1 b_n - c_2 b_{n-1} - \cdots - c_{n-1} b_2}{b_1}$ (5).

ისევე როგორც გამრავლებისას, აქაც თუ (1) და (2) მწკრივი აბსოლუტურად კრებადია, მაშინ (4) მწკრივი კრებადია. პრაქტიკულად, მწკრივი მწკრივზე შეიძლება გაიყოს კუთხით იმავე წესით, როგორითაც მრავწევრი იყოფა მრავალწევრზე. ამის საილუსტრაციოდ მოყვანილია მაგალითი, რომელიც ამოხსნილია ორივე ხერხით, სადაც მიღებულია ერთიდაიგივე პასუხი.

Using a Modern Information Technology to Teach High Mathematics in a Technical College

Luiza Umarkhadzhieva

Grozny State Oil Technical University, Grozny, Russia

email: umluiza@mail.ru

The solution of professionally designed tasks by mathematical modeling requires a lot of time. To save the time in computing tasks, you can apply special programs such as Mathcad, Maple, Matlab, etc., that can for a short time exactly or approximately compute derivatives, integrals, differential equations, find solutions, and so etc., that is, almost every action that we teach students in practical classes. Moreover, mentioned programs allow you to demonstrate the solution in a short time and avoid time consuming routine computations.

The most practical among programs for computer mathematics in terms of teaching and application is a Mathcad. The Maple has big opportunities for character transformations and calculations. Maple is a package for analytical calculations on a computer that contains more than two thousand commands that enable you to solve problems of algebra, geometry, calculus, differential equations, statistics, and mathematical physics. Both systems remove a psychological barrier in studying mathematics by making easier to solve complex mathematical problems. Proper use of systems of computer mathematics in the teaching process enhances the fundamental mathematical and technical education, promotes the genuine integration of theory and practice.

Using modern software applications in the study of high mathematics can significantly save time it takes to "hand work" – the usual analytic transformation and calculation of derivatives, integrals, the solution of various equations. The time we gain can be used for practical interpretation of analytical results received by the same system of computer mathematics.

Continuum Mechanics
უწყვეტ გარემოთა მექანიკა

Some Synergetic Treatments of Wave Dynamics in Application to Stochastic Processes in Semiconductors, Traffic Flow, Fracture Mechanics

Aleksander G. Bagdoev

Institute of Mechanics NAS RA, Yerevan

email: bagdoev@mechins.sci.am

In present paper are offered series of phenomenological models, using application of methods of nonlinear wave dynamics to study of processes on micro-mezo-macro levels and their transition to the macro fracture.

1. For known Gurson-Tvergard-Needelman model, describing dynamics of microspores, in equation of porosity, instead of gaussian distribution for probability density, is introduced its nonlinear generalization, which can be calculated for different values of nonlinearity coefficient, and can be carried out comparison with experiments.

2. On the base of many modern investigations on processes in fracture mechanics, where it is shown universal character of these processes with respect to different materials and loads, it is carry out analogy among processes of Gunn's instability in semiconductors, described by one nonlinear diffusion equation for electrical field on account of relaxation terms, supplemented by delta-fluctuations, also in presence of experimental dependence graph of velocity of electrons from electrical field, solved by Haken and Nakamura by method of expansion on plane waves and determination of effective formulae for final stationary stable state after phase transition, process of traffic flow on crowded roads investigated by Lighthill and Whitham by simple effective method of kinematics waves, where, obtained by them gas-dynamics equation of mass continuity for machines density, is supplemented by same form, as problem of semiconductors, graph represented relation of current and density for the traffic flow.

   Analogously to that, what is carried out in works of famous physics in study of traffic flow, to mentioned nonlinear equation are added diffusion, relaxation and fluctuations terms in complete correspondence with equation for semiconductors. All solutions for traffic flow, including phase transition to bottleneck, are carried out identically with above mentioned solutions for semiconductors, besides due to of method of nonlinear waves is carried out supplementation of nonlinearity in Fokker-Plank equation and are studied spatial stochastic problems where stationary solution already is function from coordinate.

3. All these considerations are transmitted on phenomenological description of problem of motion of micro pores with abrupt phase transition to macro fracture, describing

by same model equation as for semiconductors and traffic flow, however already written for porosity by determination of its value in stationary state, as well as of corresponding probability. This allows examine fracture's criteria.

In former paper we carried out same simulations and analogies on the base of two-component Biot equations, where in pores also there is electrical fluid, and is used derived previously model evolution equation written for velocity of carcass particles, for nonlinear slow wave.

Effective Solution of the Dirichlet BVP of the Linear Theory of Thermoelasticity with Microtemperatures for a Spherical Ring

Lamara Bitsadze

I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

email: lamarabits@yahoo.com

In this paper the expansion of regular solution for the equations of the theory of thermoelasticity with microtemperatures is obtained, that we use for explicitly solving the Dirichlet boundary value problem (BVP) (we assume that on the boundary of spherical ring the displacement vector, the microtemperature vector and the temperature are given) for the equations of the linear equilibrium theory of thermoelasticity with microtemperatures for the spherical ring. The obtained solutions are represented as absolutely and uniformly convergent series.

References

[1] D. Iesan and R. Quintanilla, On a theory of thermoelasticity with microtemperatures. *J. Thermal Stresses* **23** (2000), No. 3, 199–215.

[2] A. Scalia, M. Svanadze and R. Tracina, Basic theorems in the equilibrium theory of thermoelasticity with microtemperatures. *J. Thermal Stresses* **33** (2010), 721–753.

[3] D. G. Natroshvili and M. G. Svanadze, Some dynamic problems of coupled thermoelasticity for piecewise-homogeneous bodies. (Russian) *Tbiliss. Gos. Univ. Inst. Prikl. Mat. Trudy* **10** (1981), 99–190.

Analysis of Winkler's Model of Elastic Foundation Using Differential Transform Method

Sema Bodur, H. Alpaslan Peker, Galip Oturanç

Selcuk University, Department of Mathematics, 42075, Campus, Konya, Turkey

email: goturanc@selcuk.edu.tr

In this study, differential equation of beams on elastic foundation, which has a great importance for engineering problems, has been analyzed [1, 2]. The beams on elastic foundation has widely been used in plenty of engineering areas. For instance, railway engineering, pipes used in liquid and gas conduction lines, off-shore and port foundations, some applications in airports, plane-space and petrochemical industries, biomechanical and dentistry. Winkler, Pasternak, Vlasov, Kerr and some other models have been developed for the foundations with different types of elements such as beams, discs and shells [5,6]. In literature, the beams on Winkler foundation problem has been solved for static, buckling and vibration analyses by finite differences, finite elements, boundary elements, Ritz, Galerkin, differential quadrature, Monte Carlo methods [7]. In this study, apart form the literature, the problems related to Winkler's model of elastic foundation with different conditions has been analyzed by the differential transform method, which is based on Taylor series expansion and is easily applied to linear or nonlinear problems and reduces the size of computational work [3, 4]. In addition, the obtained solutions have been compared to analytical solutions. Besides, all calculations have been made by Maple13 and codes were also given.

Acknowledgement. This study is supported by the Selcuk University Scientific Research Project Coordinatorship (BAP).

Keywords. Differential Transform Method, Winkler's Model, Beams on Elastic Foundation

References

[1] M. İnan, Cisimlerin Mukavemeti, 1967, İTÜ (In Turkish).

[2] İ. Kayan, Cisimlerin Mukavemeti, 1992, İTÜ (In Turkish).

[3] J. K. Zhou, Differential Transformation and Its Applications for Electical Circuit, 1986 (In Chinese).

[4] G. Oturanç and Y. Keskin, *Diferensiyel Dönüşüm Yöntemiyle Diferensiyel Denklemlerin Çözülmesi*, Aybil Yayınevi, 2011 (In Turkısh).

[5] V. Z. Vlasov and N. N. Leont'ev, Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations, *Israel Program for Scientific Translations*, 1966 (Translated from Russian).

[6] A. Daloğlu, A. Doğangün, and Y. Ayvaz, Dynamic Analysis of Foundation Plates Using a Consistent Vlasov Model, *Journal of Sound and Vibration*, **224**(5) (1999), 941-951.

[7] Ö. Civalek and Ç. Demir, Elastik Zemine Oturan Kirişlerin Ayrık Tekil Konvolüsyon ve Harmonik Diferensiyel Quadrature Yöntemleriyle Analizi, *BAÜ FBE Dergisi*, **11**(1) (2009), 56–71 (In Turkish).

Asymptotic Analysis of Interface Crack Problems for Metallic-Piezoelectric Composite Structures

Otar Chkadua

A. Razmadze Mathematical Institute of I. Javakhishvili Tbilisi State University
Sokhumi State University

Tbilisi, Georgia

email: chkadua7@yahoo.com

We investigate three–dimensional interface crack problems for metallic-piezoelectric composite bodies with regard to thermal effects. We give a mathematical formulation of the physical problems when the metallic and piezoelectric bodies are bonded along some proper parts of their boundaries where interface cracks occur. By the potential method the interface crack problems are reduced to equivalent strongly elliptic systems of pseudodifferential equations on manifolds with boundary. We study the solvability of these systems in appropriate function spaces and prove uniqueness and existence theorems for the original interface crack problems. We analyse the regularity and asymptotic properties of the corresponding thermo-mechanical and electric fields near the crack edges and near the curves where the different boundary conditions collide. In particular, we characterize the stress singularity exponents and show that they can be explicitly calculated with the help of the principal homogeneous symbol matrices of the corresponding pseudodifferential operators. For some important classes of anisotropic media we derive explicit expressions for the corresponding stress singularity exponents and show that they essentially depend on the material parameters. The questions related to the so called oscillating singularities are treated in detail as well.

This is a joint work with T. Buchukuri, R. Duduchava and D. Natroshvili.

Partially Unknown Boundaries Problems of Elasticity and Plate Bending (Equi-Strong Contours Finding Problem)

Francisco Criado-Aldeanueva[1], Francisco Criado[2], Nana Odishelidze[3]

[1] Department of Applied Physics II, Polytechnic School, Malaga University
email: fcaldeanueva@ctima.uma.es

[2] Department of Statistics and Operational Research,
Faculty of Sciences Malaga University
email: f_criado@uma.es

[3] Department of Computer Sciences, Faculty of Exact and Natural Sciences
I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
email: nana_georgiana@yahoo.co

The partially unknown boundary problems of elasticity theory and plate bending tasks (equi-strong contours finding problem) are considered to be most important problems, their solvability provides controlling stress optimal distribution selecting the appropriate hole boundary. In general, tangential normal stresses and tangential normal moments whose values depend on external loads and hole shapes play an important role in the plasticity zone foration in the plates with the holes and also in the neighborhood to the plate's hole boundary. Proceeding from the above –mentioned, the following tasks were assigned: in conditions of provided external loads the shapes of the holes in plates should be chosen so that on the boundaries tangential normal stresses (tangential normal moments) module's maximal value will be the same and minimal in the same body in all other possible holes tangential normal stresses (tangential normal moments) maximal value of module. It' s proven that for infinite domains tangential normal stresses (tangential normal moments) the minimum of maximal value will be obtained on such contours, where this value maintains the constant value; this contours are named equi-strong contours.

The Boundary Value Problems for a Solid Body with Double Porosity and Two Nonintersecting Spherical Cavities

L. Giorgashvili, G. Karseladze

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: lgiorgashvili@gmail.com

The paper studies the basic boundary value problems for a three-dimensional space which is filled with a solid body having double porosity and two nonintersecting spherical cavities. A problem solution is sought using the representation of a general solution of a system of homogeneous differential equations of statics, which is expressed in terms of four harmonic and one metaharmonic functions. The problem solution is reduced to the investigation of an infinite system of linear algebraic equations. It is shown that the obtained system is of normal type. Solutions of the considered problems are obtained in the form of absolutely and uniformly convergent series.

Uniqueness Theorems for the Basic Interface Problems of Thermoelastostatics for Hemitropic Composite Bodies

Diana Ivanidze

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: dianaivanize@gmail.com

We consider the three-dimensional interface boundary-value problems of the theory of thermoelastostatics for piecewise homogeneous hemitropic (Cosserat type) composite structures. In particular, we treat the model problem, when the whole space is divided into two disjoint regions, a bounded domain Ω^+ and its unbounded complement Ω^-, with a common interface boundary S. It is assumed that these domains are occupied by elastic hemitropic solids characterized by different material parameters. On the interface surface we impose the so called rigid contact (transmission) conditions. In addition, we require that in the unbounded domain the sought for displacement vector is bounded and satisfies some structural restrictions at infinity, called $Z(\Omega^-)$ conditions. Under these conditions we prove that the basic transmission problem possesses at most one solution in the class of regular vector-functions.

Similar uniqueness results hold true in general case when the interior domain contains material inclusions or voids (empty inclusions). In the later case on the boundaries of the voids there are prescribed Dirichlet, or Neumann, or Robin or mixed type boundary conditions.

Uniqueness Theorems for the Basic Interface Problems of Thermoelastostatics for Anisotropic Composite Bodies

Marekh Ivanidze

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: marexi.ivanidze@gmail.com

We consider the three-dimensional interface boundary-value problems of the theory of thermoelastostatics for piecewise homogeneous anisotropic composite structures. In particular, we treat the model problem, when the whole space is divided into two disjoint regions, a bounded domain Ω^+ and its unbounded complement Ω^-, with a common interface boundary S. It is assumed that these domains are occupied by anisotropic elastic solids characterized by different material parameters. On the interface surface we impose the so called rigid contact (transmission) conditions. In addition, we require that in the unbounded domain the sought for displacement vector is bounded and satisfies some structural restrictions at infinity, called $Z(\Omega^-)$ conditions. Under these conditions we prove that the basic transmission problem possesses at most one solution in the class of regular vector-functions.

Similar uniqueness results hold true in general case when the interior domain contains material inclusions or voids (empty inclusions). In the later case on the boundaries of the voids there are prescribed Dirichlet, or Neumann, or Robin or mixed type boundary conditions.

The Boundary Value Problems of Statics of the Two-temperature Theory Elastic Mixtures for a Domain Bounded by Spherical Surface

A. Jaghmaidze, R. Meladze

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: omar.jagmaidze@gmail.com

We consider the statics case of the theory of two-temperature elastic mixtures when partial displacements of the elastic components of which the mixture consists are equal to each other. The representation formula of a general solution of the homogeneous system of differential equations obtained in the paper is expressed by means of four harmonic functions and four metaharmonic functions. The obtained general solution representation makes it possible to represent the displacement vector and the stress vector by Fourier-Laplace series with respect to a complete system of well-defined orthonormal vectors. Thus the solution of the considered boundary value problems reduces to the investigation of a system of linear algebraic equations. Solutions are obtained in the form of absolutely and uniformly convergent series.

მართკუთხა პარალელეპიპედისათვის თერმოდრეკადობის ზოგიერთი არაკლასიკური ამოცანის დასმა და ამოხსნა

რომან ჯანჯღავა, ნური ხომასურიძე

ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

ელ. ფოსტის მისამართი: roman.janjgava@gmail.com; Khomasuridze.nuri@gmail.com

წარმოდგენილ მოხსენებაში დასმულია და ანალიზურად ამოხსნილია თერმოდრეკადობის შემდეგი არაკლასიკური ამოცანები.

დეკარტის საკოორდინატო სისტემაში განიხილება იზოტროპული ერთგვაროვანი მართკუთხა პარალელეპიპედის თერმოდრეკადი წონასწორობა. პარალელეპიპედის გვერდით წახნაგებზე, ასევე მის ქვედა წახნაგზე მოცემულია სიმეტრიის ან ანტისიმეტრიის პირობები.

ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ პარალელეპიპედის ზედა წახნაგზე შევარჩიოთ შეშფოთებები ისეთნაირად, რომ სხეულის შიგნით, ზედა და ქვედა წახნაგების პარალელურ რაიმე სიბრტყეებზე, ძაბვებმა და ნორმალურმა გადაადგილებამ, ანდა გადაადგილებებმა

და ნორმალურმა ძაბვამ მიიღონ წინასწარ მოცემული მნიშვნელობები. ზედა წახნაგის შეშფოთების ქვეშ იგულისხმება მასზე ძაბვების და ტემპერატურის, ან გადაადგილებების და ტემპერატურის, ან კიდევ ძაბვებისა და გადაადგილების კომბინაციისა და ტემპერატურის მოცემა. შევნიშნოთ, რომ ტემპერატურის ნაცვლად შეიძლება მოცემული იყოს მისი ნორმალური წარმოებული. დასმული ამოცანის ამოხსნასთან ერთად ხორციელდება განსახილველი სხეულის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრაც.

იმის გათვალისწინება, რომ პარალელეპიპედის ქვედა წახნაგზე შეიძლება მოცემული იყოს როგორც სიმეტრიის, ისე ანტისიმეტრიის პირობები, საშუალებას იძლევა ამოიხსნას უფრო ზოგადი არაკლასიკური ამოცანებიც, როცა სხეულის შიგნით გარკვეული პირობების დაკმაყოფილება ხდება შეშფოთებათა სათანადო შერჩევით როგორც ზედა, ისე ქვედა წახნაგზე.

მოხსენებაში განხილული ამოცანები არ ემთხვევიან დრეკადობის თეორიაში ცნობილ სხვა არაკლასიკურ ამოცანებს და, თეორიულთან ერთად, გამოყენებითი მნიშვნელობაც აქვთ.

ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს სამეცნიერო ფონდის გრანტის (AR/91/5-109/11) ფარგლებში.

Thermodynamics of Barochronic Potential Flow of Ideal Liquid (Gas)

Ilia Lomidze, Jimsher Javakhishvili

University of Georgia, Physics Department

Tbilisi, Georgia

email: lomiltsu@gmail.com; j.javakhishvili@UG.edu.ge

Using the results of previous works of the authors [1] we consider time and space dependence of an enthropy, temperature and some other thermodynamical quantities of barochronic potential flow of ideal liquid (gas). Solving of common thermodynamical equations and taking into account space-time dependence of a hydrodynamical velocity

$$\vec{u} = \vec{r}(t + t_0),$$

and of a dencity

$$\rho = \rho_0 |1 + t/t_0|^{-3},$$

obtained in [1-3] we conclude that the temperature is also time dependence only:

$$T = T_0 |1 + t/t_0|^{\alpha},$$

where α, ρ_0, t_0, T_0 are some constants.

References

[1] И.Р. Ломидзе, Дж.И. Джавахишвили, Применение ортогональных инвариантов трехмерных операторов для решения некоторых физических задач. *Сообщения ОИЯИ* Р5-2007-31 (2007), Дубна, 1-36.

[2] I. Lomidze, J. Javakhishvili, Application of Orthogonal Invariants of Operators in Solving Some Hydrodynamic Problems. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminars of I.Vekua Institute of Applied Mathematics*, **22** (2008), Tbilisi, 67--73.

[3] I.R. Lomidze, J.I. Javakhishvili, Application of Orthogonal Invariants of Operators in Solving Some Hydro¬dynamic Problem. *Bulletin of St-Andrew the-Firstcalled Georgian University of the Patriarchy of Georgia*, № 2 (2009), Tbilisi, 27--37.

A Two-Component Elastic Mixture with Different Temperature Values in a Scalar Field

R. Meladze, M. Kharashvili, K. Skhvitaridze

Department of Mathematics, Georgian Technical University

Tbilisi, Georgia

email: author@email.addr

In the paper we consider the case of the two-temperature theory of statics of an elastic mixture when partial displacements of the elastic components of the considered mixture are equal to each other. A contact problem with contact spherical surface is considered. The ball bounded by the contact surface is filled with a composite material, while the external scalar field of the ball is defined by a harmonic function. The representation formula obtained for a general solution of a system of homogeneous differential equations of statics of the two-temperature theory of an elastic mixture is expressed in terms of four harmonic and one metaharmonic functions. For the considered contact problem, the solution uniqueness theorem is proved. The problem solution is obtained in the form of absolutely and uniformly convergent series.

Mathematical Model of Dynamics of Micropolar Elastic Orthotropic Multilayered Thin Plates

S. H. Sargsyan, A. J. Farmanyan

Gyumri M. Nalbandyan State Pedagogical Institute, Armenia

email: afarmanyan@yahoo.com

In the present paper general theory with free fields of displacements and rotations of dynamics of micropolar orthotropic elastic multilayered thin plates is constructed.

Thin plate is considered composed of micropolar orthotropic elastic N layers. Middle plane of layer K or the plane of layers' contact is assumed as a ground plane and Cartesian system of coordinates x_1, x_2 is placed there. Transverse coordinate x_3 is measured in direction of the outward normal of the ground plane.

For the construction of the dynamic theory of micropolar orthotropic multilayered thin plates following hypotheses are formulated:

1. Kynematic hypothesis for the whole package of the plate: during the deformation initially linear and normal to the ground plane fibers of the plate rotate at an angle as a whole rigid body, without changing their length and without remaining perpendicular to the deformed ground plane;

2. Static hypotheses: normal force stress and tangential moment stresses, acting in areas, parallel to the ground plane, are negligible in relation to other components of tensors of force and moment stresses. Special algorithm of determination of tangential force stresses and normal moment stress, acting in the same areas, is drawn up.

The constructed general applied theory of dynamics of micropolar orthotropic elastic multilayered thin plates is assumed as a basis during the studying of concrete problems of free and force vibrations, dynamic stability of rectangular and circular plates in case of different boundary conditions. Specific properties of the micropolar material will be revealed on the basis of numerical analysis.

References

[1] S.H. Sargsyan, The general dynamic theory of micropolar elastic thin shells, *Dokl. Phys.* **56** (2011), No. 1, 39–42.

Boundary Value Problems of Statics in the Two-Temperature Elastic Mixture Theory for a Half-Space

K. Skhvitaridze, M. Kharashvili

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: ketiskhvitaridze@yahoo.com

The case of statics of the two-temperature elastic mixture theory is considered when partial displacements of the elastic components of the mixture are equal to each other. The obtained formula of representation of a general solution of a homogeneous system of differential equations is expressed in terms of four harmonic and one metaharmonic functions. The solution uniqueness theorem is proved. Solutions are obtained in quadratures by means of boundary functions.

On One Problem of the Plane Theory of Elastic Mixture For a Half-Plane Weakened by Periodically Arranged Equally Strong Holes

Kosta Svanadze

Department of Mathematics, Akaki Tsereteli State University
Kutaisi, Georgia

email: kostasvanadze@yahoo.com

In the case of equation of statics of the linear theory of elastic mixture is considered the problem of elastic equilibrium of a lower half-plane weakened by periodically arranged equally strong holes.

The hole boundaries are assumed to be free from external forces and absolutely smooth rigid punch with rectilinear base is applied at the boundary; the punch is under the action of external normal contractive forces.

The problem consists in finding both the stressed state of a half-plane and analytical forms of boundaries of equally strong holes under the condition that tangential normal stresses on these boundaries take constant value.

Using of analogous Kolosov–Muskelishvili's formulas, the problem under consideration is reduced to a mixed problem of the theory of analytic functions, and the solution of the latter allows us to construct complex potentials and equations of unknown contours effectively (analytically).

Numerical Solution of Boundary Value Problems of Thermoelasticity with Microtemperatures for Circular Hole

Ivane Tsagareli[1], Maia Svanadze[2]

[1] I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I.Javakhiahvili Tbilisi State University Tbilisi, Georgia

[2] Institute of Mathematics, University of Göttingen, Bunsenstrasse 3-5, D-37073 Göttingen, Germany

email: i.tsagareli@yahoo.com; maia.svanadze@gmail.com

Consider a boundary value problems (BVP) of statics of the theory of thermoelasticity with microtemperatures for the plane with a circular hole. The basic equations of statics of the theory of thermoelasticity with microtemperatures can be written in the form [1,2]:

$$\begin{aligned} &\mu\Delta(u(x)) + (\lambda+\mu)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}(u(x)) = \beta\,\mathrm{grad}\,u_3, \quad k\Delta u_3(x) + k_1\,\mathrm{div}\,w(x) = 0, \\ &k_6\Delta w(x) + (k_4+k_5)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div} w(x) - k_3\,\mathrm{grad}\,u_3(x) - k_2 w(x) = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

where u(x) is the displacement vector of the point x, $u = (u_1, u_2)$; $w = (w_1, w_2)$ is the microtemperatures vector; u_3 is temperature measured from the constant absolute temperature T_0; $\lambda, \mu, \beta, k, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ are constitutive coefficients [1,2].

We consider the following BVP: find a regular solution $U = (u_1, u_2, u_3, w_1, w_2)$ of the system (1), satisfying the boundary conditions:

$$I. \quad u(z) = f(z), \quad u_3(z) = f_3(z), \quad w(z) = p(z);$$

$$II.\ T'(\partial_z, n)u(z) - \beta u_3(z)n(z) = f(z), \ \ k\frac{\partial u_3(z)}{\partial n(z)} + k_1 w(z)n(z) = f_3(z), \ \ T''(\partial_z, n)w(z) = p(z),$$

where $T'u$ is the stress vector in the classical theory of elasticity; $T''w$ is stress vector for microtemperatures [1,2]; $f = (f_1, f_2)$, $p = (p_1, p_2)$, f_1, f_2, f_3-are the given functions on boundary.

The representation of solutions of the equation system (1) is constructed with the help of the harmonic and metaharmonic functions [3].

Using this representation the solution of the problems is given in the explicit form by using the Fourier series [3]. There are the obtained the numerical solutions.

References

[1] D. Iesan and R. Quintanilla, On the Theory of Thermoelasticity with Microtemperatures. *J. Thermal Stresses* **23** (2000), 199–215.

[2] A. Scalia, M. Svanadze, and R. Tracina, Basic theorems in the Equilibrium theory of Thermoelasticity with Microtemperatures. *J. Thermal Stresses* **33** (2010), 721–753.

[3] I. Tsagareli and M. M. Svanadze, Explicit solution of the boundary value problem of the theory of thermoelasticity with microtemperatures for elastic circle. *PAMM: Proc. Appl. Math. Mech.* **11** (2011), 697–698.

Motion of a Viscous Hydromagnetic Fluid Contained between Rotating Coaxial Cylinders

Varden Tsutskiridze, Levan Jikidze

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: b.tsutskiridze@mail.ru; btsutskiridze@yahoo.com

The problem of unsteady rotational motion of electrically conducting viscous incompressible fluid, contained within two axially concentric cylinders of finite length in the presence of an axial symmetric magnetic field of constant strength, has been solved exactly using finite Hankel transform in combination with a technique presented in this paper. This paper presents a complete of the problem under consideration, which has been of interest for many years; moreover the Pneuman–Lykoudis solution in magnetohydrodynamics and Childyal solution in hydrodynamics appears as a special case of this study. The analysis shows that the disturbance in the fluid disappears by increasing the magnetic field.

Impact of a Deformable Indenter and the Plate in the Presence of Discharge Current

A. A. Vantsyan

With the development of methods for throwing the flying bodies (bullets, projectiles) the impact velocity of the indenter and the target becomes (increases) more and more.

With increasing of the impact velocity the problem of the indenter penetration passes into the perforation problem, which introduces additional difficulties associated with physical phenomena occurring on the back side of the target. Among these phenomena is the remaining velocity with which the indenter comes from the back of the target, the shape of the free surface at $z = h$, where h is thickness of the plate, the occurrence (appearance) of the fragments. All these phenomena are significantly affected by discharge current; therefore investigation of the discharge current influence is of great interest both in physical and practical relation. Both theoretically and experimentally by ourselves it was shown that the discharge current leads to a significant decrease in the depth of penetration. Applying this effect to the perforation problem of the targets, one can achieve a substantial increase of the protective properties of targets.

For simplicity, here the problem is also solved for the same values of the constants for the indenter and the target, although the program of numerical solution of the problem can solve it more precisely for any values of these (indicated) constants.

From the obtaining figures it is clearly seen that the target and the indenter receive vibrations in r and z directions. There is a spatial (space) stress-strain state in the target and the indenter. It is noticeable that in the absence of the discharge current the indenter perforates the plate and comes with a remaining velocity $V_{rem} = 360\text{m/sec}$, and in the presence of discharge current the indenter gets stuck in the target. Meanwhile the indenter gets more intense plastic deformations. The region of plasticity in the target and indenter is increased. This is due to plasticity increasing of materials and additional stresses at the cost of the Ampere force $\overline{j} \times \overline{H}$.

On the corresponding figures are also given equip-potential surfaces of the stresses at the moment for the specified times. It is noticeable that the presence of discharge current leads to a redistribution of stresses. In particular, there is an increase of the stress near the indenter and on the indenter and a decrease of stress with distance from the cavity, which can be attributed to the pinch-effect.

The Boundary Value Problems of Stationary Oscillations in the Theory of Two-Temperature Elastic Mixtures

Sh. Zazashvili, G. Sadunishvili

Georgian Technical University, Department of Mathematics
Tbilisi, Georgia

email: zaza-ude@hotmail.com

Work provides Green's formulas for the system of differential equations of stationary oscillations in the theory of elastic mixtures, provides prove of the theorems of uniqueness of the boundary value problems' solutions by means of these formulas. The formulas of simple and double-layer potential discontinuity formulas are derived. By means of the theories of potentials and integral equations the existence of problem solutions is proved.

Study of Stress-Strain State of the Piecewise Homogeneous Infinity Elastic Body with an Elliptic Hole and the Cracks

Natela Zirakashvili, Miranda Narmania

I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, University of Georgia

Tbilisi, Georgia

email: natzira@yahoo.com; mirandanarmania@rambler.ru

There is being study Stress-strain state of the piecewise homogeneous infinity elastic body, with an elliptic hole, when on internally surface body are four cracks. The top of each crack is strengthened in a certain area of the top with use a harder materials. The body is in plane-deformation state and therefore corresponding two-dimensional boundary-contact problem is considered. There is investigated dependences of deformation in a body on materials of the body (nearby tops of a cracks in a circle with radius r is other material), on size of radius r, on quantity of cracks and length. For some value of radius r and length of cracks by means of a method of boundary elements are received the numerical decisions, constructed corresponding schedules and physical and mechanical interpretations for the received results are made.

AMS subject classification: 65N38, 74B05, 74S15.

References

[1] N. Khomasuridze, Thermoelastic equilibrium of bodies in generalized cylindrical coordinates. *Georgian Math. J.* **5** (1998), No. 6, 521–544.

[2] S. L. Crouch and A. M. Starfield, *Boundary element methods in solid mechanics.* George Allen & Unwin, London-Boston-Sydney, 1983.

[3] S. L. Crouch, Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **10** (1976), 301–343.

[4] N. Zirakashvili, Application of the boundary element method to the solution of the problem of distribution of stresses in an elastic body with a circular hole whose interior surface contains radial cracks. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **141** (2006), 139–147.

[5] N. Zirakashvili, The numerical solution of boundary-value problems for an elastic body with an elliptic hole and linear cracks. *Springer Netherlands, Journal of Engineering Mathematics* **65** (2009), Number 2 / October, 2009, 111–123, DOI 10.1007/s10665-009-9269-z

List of Participants

Abzianidze Lasha, The Tilburg Center for Logic and Philosophy of Science, Department of Philosophy, Tilburg University, Tilburg, *L.Abzianidze@uvt.nl*

Adeishvili Vladimer, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia

Akhalaia George, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *giaakha@gmail.com*

Alpaslan Peker H., Selcuk University, Department of Mathematics, 42075, Campus, Konya, Turkey

Altun Yilmaz, Artvin Çoruh University, Faculty of Arts and Science, Department of Mathematics, Artvin / Turkey, *yilmazaltun@artvin.edu.tr*

Archvadze Natela, Associate Professor, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact an Natural Sciences, Tbilisi, Georgia, *natela.archvadze@tsu.ge, natarchvadze@yahoo.com*

Ashordia Malkhaz, A. Razmadze Mathematical Institute; Sukhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia, *ashord@rmi.ge*

Babalian Konstantine, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University

Babilua Petre, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *petre.babilua@tsu.ge*

Baeriswyl D., Department of Physics, University of Fribourg, CH-1700 Fribourg, Switzerland

Bagdoev Aleksander G., Doctor Phys.-Math. Sci, Prof., Corr-Member NAS Armenia, Chief Sci. Res., Institute of Mechanics NAS RA, Armenia, *bagdoev@mechins.sci.am*

Bakuradze Malkhaz, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *malkhaz.bakuradze@tsu.ge*

Baladze Vladimer, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *vbaladze@gmail.com*

Bantsuri Leri, Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics, 59,Tamar Mepe St., Kutaisi 4600, Georgia, *bantsuri@mail.ru*

Barsegian Grigori, Institute of mathematics of the National Academy of Sciences of Armenia, *barseg@instmath.sci.am*

Bayramov Sadi, Department of Mathematics, Kafkas University, Kars, 36100-Turkey, *baysadi@gmail.com*

Beriashvili Mariam, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Ph.D. Student of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *mariam_beriashvili@hotmail.com*

Beridze Anzor, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *anzorberidze@yahoo.com*

Beridze Vakhtang, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Computer Technology, Batumi, Georgia, *vakhtangi@yahoo.com*

Berk Fatih, Audience Member, Mathematics Teacher at Trabzon/TURKEY

Berikelashvili Givi, A. Razmadze Mathematical Institute, I. Javakhishvili Tbilisi State University; Department of Mathematics, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *berikela@yahoo.com*

Bibileishvili Gulnara, Ilia State University, Tbilisi, Georgia, *gunabibi@yahoo.com*

Bitsadze Lamara, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, 2 University Str., Tbilisi 0186,Georgia, *lamarabits@yahoo.com*

Bitsadze Rusudan, Georgian Technical University, Faculty of Informatics and Systems Management, Tbilisi, Georgia, *Kavrelishvilim@hotmail.com*

Bodur Sema, Selcuk University, Department of Mathematics, 42075, Campus, Konya, Turkey,

Bokelavadze Tengiz, Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia, *bokel71@yahoo.com*

Çelik Ercan, Assoc. Prof. Dr., Atatürk University Faculty of Science, Department of Mathematics, 25400 Erzurum, Turkey, *ercelik@atauni.edu.tr*

Cengiz Nejmi, Atatürk University, Faculty of Science, Dep. of Mathematics, 25240 Erzurum, Turkey, *ncengiz@atauni.edu.tr* or *necengiz@hotmail.com*

Chabashvili Maia, I. Javakhishvili Tbilisi State university,Tbilisi Georgia

Chachava Natela, University of Georgia, Physics Department, 77a, Kostava, Tbilisi, Georgia, *chachava.natela@yahoo.com*

Chania Medea, Sukhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia

Chankvetadze Gela, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *gelachan@hotmail.com*

Chichua Giorgi, Georgian Technical University, Scientific-Educational Center for Georgian Language Technology, Tbilisi, Georgia, *gllc.ge@gmail.com*

Chikvinidze Merab, Georgian Technical University, Scientific-Educational Center for Georgian Language Technology, Tbilisi, Georgia, *gllc.ge@gmail.com*

Chilachava Temur, Sokhumi State University, Department of Mathematics and Computer Science, the direction of mathematical models and computational methods, Tbilisi, Georgia, *temo_chilachava@yahoo.com*

Chkadua Otar, A. Razmadze Mathematical Institute of I. Javakhishvili Tbilisi State University; Sokhumi State University, Tbilisi, Georgia, *chkadua7@yahoo.com*

Chobanyan Sergei, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *chobanyan@stt.msu.esu*

Criado Francisco, Department of Statistics and Operational Research, Faculty of Sciences, Malaga University, Campus Teatinos, s/n, (29071), Spain, *f_criado@uma.es*

Criado-Aldeanueva Francisco, Department of Applied Physics II, Polytechnic School, Malaga University, Campus El Ejido, s/n, (29013), Spain, *fcaldeanueva@ctima.uma.es*

Cucia Malkhaz, Sukhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia, *maxo51@mail.ru*

Davitashvili Teimuraz, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *tedavitashvili@gmail.com*

Davitashvili Tinatin, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *tinatin.davitashvili@tsu.ge*

Deisadze Manana, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia

Devadze David, Batumi Shota Rustaveli State University, Department of Computer Technology, Batumi, Georgia, *david.devadze@gmail.com*

Diasamidze Yasha, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathemathics, Batumi, Georgia, *diasamidze_ya@mail.ru*

Duduchava Roland, Andrea Razmadze Mathematical Institute, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *roldud@gmail.com*

Dundua Besik, I. VekuaInstitute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgia, *bdundua@gmail.com*

Faruk Düşünceli, Atatürk University Faculty of Science, Department of Mathematics, Erzurum-Turkey, *faruk2525@hotmail.com*

Dzagania Tamaz, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University

Dzagnidze Omar, Andrea Razmadze Mathematical Institute of Ivane Javakhishvili State University, Tbilisi, Georgia, *odzagni@rmi.ge*

Elerdashvili Eka, Associate Professor, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *eka.elerdashvili@yahoo.com*

Emelichev Vladimir, Belarusian State University, Minsk, *emelichev@bsu.by*

Farmanyan A. J., Gyumri M. Nalbandyan State Pedagogical Institute, Armenia, *afarmanyan@yahoo.com*

Fedulov Genadi, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University

Geladze George, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *givi-geladze@rambler.ru*

Ghvedashvili G., Tbilisi State University (TSU), Department of Electric and Electrical Engineering, Chavchavadze ave.3, 0179 Tbilisi, Georgia, *g.ghvedashvili@tsu.ge*

Giorgadze Givi, Georgian Technical University, Department of Mathematics, 77 Kostava Str., Tbilisi 0175, Georgia, *g_givi@hotmail.com*

Giorgobiani G., Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *bachanabc@yahoo.com*

Givradze Omar, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *omari@mail.ru*

Gogishvili Guram, St. Andrew the First called Georgian University of the Patriarchy of Georgia, Faculty of Physics, Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia, *guramgog@gmail.com*

Gordeziani David, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *dgord37@hotmail.com*

Grusha Inna, Ilia State University, Tbilisi, Georgia

Gubelidze Givi, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

Güler Bahadir Ö., Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü, 53050 Rize, Turkey, *bahadir.guler@rize.edu.tr*

Gunduz (Aras) Ciğdem, Department of Mathematics, Kocaeli University, Kocaeli, 41380-Turkey, *carasgunduz@gmail.com*

Halilov Huseyin, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü, 53050 Rize, Turkey, *huseyin.halilov@rize.edu.tr*

Henselmans Daan, European Masters Program in Language and Communication Technologies, Department of Intelligent Computer Systems, University of Malta, Department of Computational Linguistics and Phonetics, Saarland University, Germany, *drhenselmans@gmail.com*

Iashvili George, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

Iashvili Nugzar, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University, *nugzar.iashvili@rambler.ru*

Ivanidze Diana, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *dianaivanize@gmail.com*

Ivanidze Marekh, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *marexi.ivanidze@gmail.com*

Jangveladze Temur, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Caucasus University, Tbilisi, Georgia, *tjangv@yahoo.com*

Janjgava Roman, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *roman.janjgava@gmail.com*

Japaridze G. I., Ilia State University, Cholokashvili Ave. 3-5, Tbilisi, 0162, Georgia

Japharidze Erekle, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia

Javakhishvili Jimsher, University of Georgia, Physics Department, 77a, Kostava, Tbilisi, Georgia, *j.javakhishvili@UG.edu.ge*

Jibladze Mamuka, A. Razmadze Mathematical Institute of I. Javakhishvili Tbilisi State university, Tbilisi, Georgia, *jib@rmi.ge*

Jikidze Levan, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *btsutskiridze@yahoo.com*

Kachakhidze Nikoloz, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *n.kachakhidze@gtu.ge*

Kapanadze David, Andrea Razmadze Mathematical Institute, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *daka@rmi.ge*

Karabacak Mesut, Res. Asst., Atatürk University Faculty of Science, Department of Mathematics, Erzurum-Turkey, *mkarabacak@atauni.edu.tr*

Kasrashvili Tamar, Georgian Technical University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia, *tamarkasrashvili@yahoo.com*

Kekelia Nestan, Sukhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia, *nest.kek@mail.ru*

Kemoklidze Tariel, Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia, *kemoklidze@gmail.com*

Kereselidze Nugzar, The Georgian University of St. Andrew at Patriarchate of Georgia, School (Faculty) Mathematical modeling and computer technologies, Tbilisi, Georgia, *tvn@caucasus.net*

Khaburdzania Razhden, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia,

Kharashvili Maia, Department of Mathematics, Georgian Technical University, 77 Kostava St., Tbilisi 0175, Georgia

Kharibegashvili Sergo, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *kharibegashvili@yahoo.com*

Khatiashvili Nino, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *ninakhatia@gmail.com*

Khechinashvili Zaza, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Department of Probability and Statistics, Tbilisi, Georgia, *khechinashvili@gmail.com*

Kheladze Shadiman, Institute of New Technologies, Tbilisi, Georgia, *kheladzeshv@mail.ru*

Khimshiashvili Giorgi, Ilia State University, Tbilisi, Georgia, *giorgi.khimshiashvili@iliauni.edu.ge*

Khodadadi Ekhtiar, Islamic Azad University, Malekan Branch, Malekan, Iran, *khodadadi@atauni.edu.tr*

Khomasuridze Nuri, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *Khomasuridze.nuri@gmail.com*

Khomeriki Nodar, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *n.khomeriki@mail.ru*

Kiguradze Zurab, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javkhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi, Georgia, *zkigur@yahoo.com*

Kiviladze Teimuraz, St. Andrew the First called Georgian University of the Patriarchy of Georgia, Faculty of Physics, Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi

Kokobinadze Temur, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *temur59@mailru.com*

Korotkov Vladimir, Belarusian State University, Minsk, *wladko@tut.by*

Kuçuk Ahmet, Department of Mathematics, Ataturk University, Erzurum, 25000-Turkey, *akucuk@atauni.edu.tr*

Kutkhashvili Ketevan, School of Mathematics and Information Technologies of University of Georgia, Tbilisi, Kostava str. 77a, Georgia, *kkutkhashvili@yahoo.com*

Kutlu Kadir, Recep Tayyip Erdoğan Ünïversïtesï Fen-Edebïyat Fakültesï Matematïk Bölümü, 53050 Rïze, Turkey, *kadir.kutlu@rize.edu.tr*

Kutsia Temur, RISC, Johannes Kepler University, Linz, Austria, *kutsia@risc.jku.at*

Kvaratskhelia Vakhtang, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *v_kvaratskhelia@yahoo.com*

Levental Shlomo, Michigan State University, Department of Statistics and Probability, East Lansing, USA, *levental@stt.msu.edu*

Lomidze Ilia, University of Georgia, Physics Department, 77a, Kostava, Tbilisi, Georgia,: *lomiltsu@gmail.com*

Lomtadze Maka, Akaki Tsereteli State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia, *Lomtadze@mail.ru*

Makatsaria George, Saint Andrew the First Called Georgian University of Patriarchate of Georgia, Tbilisi, Georgia, *giorgi.makatsaria@gmail.com*

Mamporia Badri, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *badrimamporia@yahoo.com*

Manjavidze Nino, Department of Mathematics, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, email: *ninomanjavidze@yahoo.com*

Maskharashvili Aleksandre, European MSc in Human Language Science and Technology, Department of Intelligent Computer Systems, Institute of Linguistics, University of Malta, Msida, *alexandermaskharashvili@gmail.com*

Meladze Revaz, Department of Mathematics, Georgian Technical University, 77 Kostava St., Tbilisi 0175, Georgia, *r.meladze@yahoo.com*

Menteshashvili Marine, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *menteshashvili_m@mail.ru*

Midodashvili Bidzina, Department of Computer Science, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *bidmid@hotmail.com*

Mikiashvili Givi, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *gmikiashvili@yahoo.com*

Nadaraya Elizbar, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact an Natural Sciences, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *elizbar.nadaraya@tsu.ge*

Narmania Miranda, University of Georgia, Tbilisi, Georgia , *mirandanarmania@rambler.ru*

Natroshvili David, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *natrosh@hotmail.com*

Odisharia Vladimer, Department of Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *vodisharia@yahoo.com*

Odishelidze Nana, Department of Computer Sciences, Faculty of Exact and Natural Sciences, I. Javakhishvili Tbilisi State University, 2, University st., Tbilisi 0143, Georgia, *nana_georgiana@yahoo.co*

Okumuş Israfil, Erzincan University Faculty of Art and Science, Department of Mathematics, Erzincan-Turkey, *israfil.okumus@hotmail.com*

Oniani George, Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics, 59,Tamar Mepe St., Kutaisi 4600, Georgia, *oniani@atsu.edu.ge*

Oniani Gigla, Akaki Tsereteli State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia

Oturanç Galip, Selcuk University, Department of Mathematics, 42075, Campus, Konya, Turkey, *goturanc@selcuk.edu.tr*

Ozturk Taha Yasin, Department of Mathematics, Ataturk University, Erzurum, 25000-Turkey, *taha36100@hotmail.com*

Pacacia Mzevinar, Sokhumi State University, Tbilisi, Georgia, *mzevip54@mail.ru*

Pachuashvili Nikoloz, St. Andrew the First called Georgian University of the Patriarchy of Georgia, Faculty of Physics, Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia, *nikoloz@hotmail.com*

Pantsulaia Gogi, Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Discrete Mathematics and Theory of Algorithms, 2 University Str., Tbilisi 0186, Georgia, *gogipantsulaia@yahoo.com*

Papukashvili Archil, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *apapukashvili@rambler.ru*

Peradze Jemal, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *j_peradze@yahoo.com*

Pirumova Kristina, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

Pkhakadze Konstantine, Georgian Technical University, Scientific-Educational Center for Georgian Language Technology, Tbilisi, Georgia, *gllc.ge@gmail.com*

Pkhakadze Nikoloz, Technical University of Vienna, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *phnika@yahoo.com*

Pkhakadze Sopho, St. Andrew the First called Georgian University of the Patriarchy of Georgia, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *pkhakadze.s@gmail.com*

Purtukhia Omar, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Department of Probability and Statistics, Tbilisi, Georgia, *o.purtukhia@gmail.com*

Poghosyan Arnak, Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Armenia, Yerevan, *arnak@instmath.sci.am*

Poghosyan Lusine, Institute of Mathematics, National Academy of Sciences, 24b Marshal Baghramian ave., Yerevan, 0019, Republic of Armenia, *lusinepogosyan85@gmail.com*

Rabinovich Vladimir S., National Polytechnic Institute of Mexico, *vladimir.rabinovich@gmail.com*

Rakviashvili Giorgi, Ilia State University, Tbilisi, Georgia, *giorgi.rakviashvili@iliauni.edu.ge*

Rukhaia Khimuri, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *khimuri.rukhaia@viam.sci.tsu.ge*

Salimov Arif A., Prof. Dr., Ataturk University, Faculty of Science, Dep. of Mathematics, 25240 Erzurum, Turkey, *asalimov@atauni.edu.tr* or *asalimov@hotmail.com,* Tel: +905363255484, Web-page: `http://www.atauni.edu.tr/#personel=arif-salimov-`

Sarajishvili Tsitsino, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Computer Technology, Batumi, Georgia, *tsis55@yahoo.com*

Shangua A., Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University,Tbilisi, Georgia, *sashashangua@hotmail.com*

Sargsyan S. H., Gyumri M. Nalbandyan State Pedagogical Institute, National Academy of Sciences of the Republic of Armenia, Armenia, *slusin@yahoo.com*

Sharikadze Meri, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *meri.sharikadze@viam.sci.tsu.ge*

Skhvitaridze Ketevan, Department of Mathematics, Georgian Technical University, 77 Kostava St., Tbilisi 0175, Georgia, *ketiskhvitaridze@yahoo.com*

Sokhadze Grigol, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Department of Probability and Statistics, Tbilisi, Georgia, *giasokhi1@i.ua*

Sokhadze Zaza, Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia, *z.soxadze@gmail.com*

Surguladze Teimuraz, Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia, *temsurg@yahoo.com*

Surmanidze Onise, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *onise_s@mail.ru*

Svanadze Kosta, Department of Mathematics, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia, *kostasvanadze@yahoo.com*

Svanadze Maia, Institute of Mathematics, University of Göttingen, Bunsenstrasse 3-5, D-37073, Göttingen, Germany, *maia.svanadze@gmail.com*

Tarieladze Vaja, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *vajatarieladze@yahoo.com*

Tavzarashvili Kakhaber, University of Georgia (UG), Department of Engineering, Kostava str. 77a, 0171 Tbilisi, Georgia, *k.tavzarashvili@ug.edu.ge*

Tetunashvili Shaqro, I. Javakhishvili State University, A. Razmadze Mathematical Institute; Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *stetun@rmi.ge*

Tepnadze George, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

Tetvadze Gogi, Akaki Tsereteli State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia

Tevdoradze Manana, Faculty of Exact and Natural Sciences of I. Javakhishvili Tbilisi State University,I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, *mtevdoradze@gmail.com*

Tibua Lali, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University, *lali.tibua@viam.sci.tsu.ge*

Tsaava M., I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

Tsagareli Ivane, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 2 University st., Tbilisi 0186, Georgia, *i.tsagareli@yahoo.com*

Tsereteli Ivane, St. Andrew Georgian University, Department of Physical-Mathematical and Computer Sciences, Tbilisi, Georgia, *ivanetsereteli@hotmail.com*

Tsibadze Lamara, Akaki Tsereteli State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Department of Mathematics, Kutaisi, Georgia, *lamara1980@yahoo.com*

Tsiklauri Zviad, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *zviad_tsiklauri@yahoo.com*

Tsinaridze Ruslan, Shota Rustaveli Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *rtsinaridze@yahoo.com*

Tsivtsivadze Irma, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia, *irmatsiv@gmail.com*

Tsutskiridze Varden, Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia, *b.tsutskiridze@mail.ru*

Turmanidze Lela, Shota Rustavely Batumi State University, Department of Mathematics, Batumi, Georgia, *turmanidzelela@gmail.com*

Luiza Umarkhadzhieva, Grozny State Oil Technical University, Grozny, Russia, *umluiza@mail.ru*

Vakhania Nikolas, Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics of the Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia, *nikovakhania@yahoo.com*

Vantsyan A. A.,

Vashalomidze Aleksander, Georgian Technical University, Center for Georgian Language Teqnology, Tbilisi, *alexander_vashalomidze@yahoo.com*

Vepkhvadze Teimuraz, I. Javakhishvili Tbilisi state University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi, Georgia, *t-vepkhvadze@hotmail.com*

Wegert Elias, TU Bergakademie Freiberg, Germany, *dianaivanize@gmail.com*

Yazar Murat Ibrahim, Department of Mathematics, Kafkas University, Kars, 36100-Turkey, *miy248@yahoo.com*

Yigider Muhammed, Asst. Prof. Dr., Erzincan University Faculty of Art and Science, Department of Mathematics, Erzincan-Turkey, *myigider@erzincan.edu.tr*

Yilmaz Rusen, Recep Tayyip Erdoğan University, Faculty of Arts and Science, Department of Mathematics, Rize / Turkey, *ryilmaz00@yahoo.com*

Zirakashvili Natela, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia , *natzira@yahoo.com*

Zivzivadze Lela, Akaki Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia

Index